Megoldás. Egy Q töltésű, m tömegű, v sebességgel mozgó részecske mozgásegyenlete B indukciójú mágneses mezőben:

$$\frac{mv^2}{R}=QvB,$$

ahol R a pályájának pillanatnyi görbületi sugara. A mágneses térben haladó részecske sebessége nem változik meg, v tehát a kezdeti (adott) érték, és így a görbületi sugár:

$$R=\frac{mv}{QB}.$$

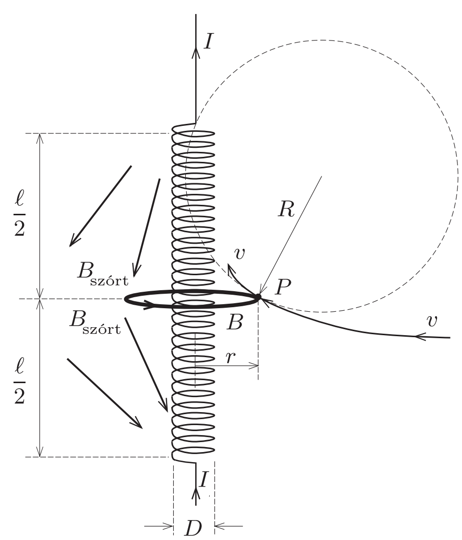
Ezek szerint, ha ismernénk B értékét a kérdéses pontban, a keresett R-t már könnyen ki tudnánk számítani.

Jóllehet a feladat szövege nem említi, hogy az elektron a tekercs melyik részét közelíti meg, de feltételezzük, hogy körülbelül a tekercs közepénél (vagy attól nem túl messze) található az a pont, ahol az elektron d távolságra kerül a tekercs meneteitől, vagyis ahol már csak

$$r=\frac{D}{2}+d=0{,}03\ \mathrm{m}$$

távol van a tekercs szimmetriatengelyétől.

Ha egy tekercs elegendően hosszú és a hosszához képest kicsi az átmérője (jelen esetben ezek a feltételek teljesülnek), akkor a tekercs belsejében kialakuló mágneses mező erővonalai a tekercs végeinél „szétszóródva” kívül csak nagyon gyenge mágneses mezőt hoznak létre. Ha ezt a szórt mágneses teret elhanyagoljuk, akkor a mozgó elektron csak egy egyenes vezető mágneses terét „érzi”, az határozza meg a részecske pályájának görbületi sugarát. (A feladat szövege szerint a tekercs „egyrétegű”, tehát az áram be- és kivezetési helye a tekercs különböző végeinél található, és a „messze” záródó áramkör többi része nem rontja el a „végtelen egyenes vezető” alapján számolt mágneses teret.)



Ebben a közelítésben (amelynek jogosságát később még megvizsgáljuk) a mágneses indukció az *ábrán* látható P pontban az ábra síkjára merőlegesen „befelé” mutat, a negatív töltésű (az ábra síkjában mozgó) elektron pályája tehát „felfelé” görbül. A mágneses indukció nagyságát a gerjesztési törvényből számíthatjuk ki, ha azt a tekercset körülvevő r sugarú körre alkalmazzuk. A tekercs forgásszimmetriája miatt $\boldsymbol{B}$ nagysága a körvonal mentén mindenhol ugyanakkora, így fennáll

$$B\cdot 2r\pi=\mu_0 I,\qquad \text{azaz}\qquad B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}.$$

(Ez a mágneses mező éppen olyan, mint a végtelen egyenes vezető tere, és a nagysága nem függ sem az N menetszámtól, sem pedig a tekercs ℓ hosszától.)

A mágneses mező nagyságának és az elektron mozgásegyenletének ismeretében a pálya görbületi sugara kiszámítható:

$$R=\frac{2\pi mvr}{Q\mu_0 I}=\frac{2\pi\cdot 9{,}1\cdot 10^{-31}\cdot 2{,}5\cdot 10^{6}\cdot 0{,}03\ \mathrm{m}}{1{,}6\cdot 10^{-19}\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}\cdot 10}\approx 0{,}21\ \mathrm{m}.$$

A továbbiakban megvizsgáljuk, hogy valóban jogos volt-e a szórt mágneses tér elhanyagolása. A szolenoid belsejében

$$B_0=\mu_0\frac{NI}{\ell}$$

nagyságú, jó közelítéssel homogén mágneses indukció, vagyis

$$\Phi=\frac{D^2\pi}{4}B_0=\frac{\mu_0 NID^2\pi}{4\ell}$$

mágneses fluxus alakul ki. A mágneses erővonalak a vékony tekercs egyik végén (pontosabban annak közelében) lépnek ki, és a másik tekercsvégnél gyűlnek össze. A szórt mágneses tér jól közelíthető a tekercs végpontjaiba képzelt $\pm\Phi$ fluxusú „mágneses ponttöltés" gömbszimmetrikus (a Coulomb-térrel megegyező tulajdonságú „forrás" és „nyelő") mágneses terének szuperpozíciójával.[1] A Φ fluxusú gömbszimmetrikus mágneses tér kezdőponttól (a tekercs végpontjaitól) r távolságban

$$B_{\text{szórt}} = \frac{\Phi}{4r^2\pi}$$

erősségű, így az eredő térerősség a tekercs közepénél, közvetlenül a menetek közelében (tehát mindkét tekercsvégtől $r = \frac{1}{2}\ell$ távolságban)

$$B' \approx 2B_{\text{szórt}} = \frac{2\Phi}{\ell^2\pi} = \frac{\mu_0 NID^2}{2\ell^3}.$$

Hasonlítsuk össze ennek a szórt térnek az erősségét az egyenes vezető korábban kiszámított terével:

$$\frac{B'}{B} = \frac{ND^2 r\pi}{\ell^3} = \frac{2000 \cdot 0{,}02^2 \cdot 0{,}03\,\pi}{2^3} \approx 0{,}01 \ll 1,$$

tehát a szórt tér – a megadott számadatok mellett – valóban elhanyagolható. Ez akkor is igaz, ha az elektronok nem pontosan a tekercs közepénél, hanem a tekercs valamelyik másik részénél (de a végeitől elegendően távol) kerülnek legközelebb a menetekhez.

[1] Lásd pl. a 43. Nemzetközi Fizikai Diákolimpia 1/C feladatának hasonló gondolatmenetet követő megoldását a KöMaL 2012. évi novemberi számának 492. oldalán.