

**Megoldás.** Egy  $\ell$  hosszúságú,  $A$  keresztmetszetű huzal sugara  $r = \sqrt{A/\pi}$ , felületének nagysága

$$A' = 2r\pi \cdot \ell = 2\ell\sqrt{A\pi}.$$

(Feltéhetjük, hogy  $\ell \gg r$ , emiatt a felületbe csak a hengerpalást területét számítjuk bele, a huzalvégek területét elhanyagoljuk.)

A huzal ellenállása  $R = \rho \frac{\ell}{A}$ , a felvett elektromos teljesítménye tehát  $I$  áramerősség esetén

$$P_{\text{fel}} = I^2 R = \frac{I^2 \rho \ell}{A},$$

ahol  $\rho$  a huzal anyagának fajlagos ellenállása.

Az elektromos áram hőhatása miatt a huzal hőmérséklete fokozatosan növekszik, és emiatt egyre nagyobb teljesítménnyel ad le hőt. A légritkított csőben a hővezetés elhanyagolható, így a hőleadás sugárzás útján történik. Egy  $A'$  felületű,  $T$  (abszolút) hőmérsékletű test  $T_0$  hőmérsékletű környezetben sugárzás révén leadott teljesítménye

$$P_{\text{le}} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) A',$$

ahol  $\sigma$  a Stefan–Boltzmann-állandó,  $\varepsilon$  pedig a felület emissziós tényezője. Az idealizált „abszolút fekete testre”  $\varepsilon = 1$ , valódi anyagok emissziós tényezője pedig 1-nél kisebb; számértéke nagyon sok paramétertől (hőmérséklet, hullámhossz, a felület érdessége, oxidáltsága) függ, emiatt a táblázatokban csak tájékoztató jellegű adatokat találunk.

Állandósult hőmérséklet esetén a felvett és a leadott teljesítmény megegyezik, vagyis

$$\frac{I^2 \rho \ell}{A} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_0^4) \cdot 2\ell\sqrt{A\pi},$$

ahonnan a keresett hőmérséklet kifejezhető:

$$T = \sqrt[4]{\frac{\rho I^2}{2\varepsilon \sigma \sqrt{A^3 \pi}} + T_0^4}.$$

A pontos számítást nehezíti, hogy a fajlagos ellenállás is és az emissziós tényező is függ a hőmérséklettől, ráadásul  $\varepsilon$ -nak sem a nagyságát, sem a hőfokfüggését nem tudjuk megbízhatóan kezelni. Mivel a feladat csak becslést (tehát nagyságrendileg helyes, de nem pontos) értéket kérdez, első közelítésben tekintünk a huzalt abszolút fekete testnek, és ne vegyük figyelembe a fajlagos ellenállások hőfokfüggését. Ebben a (meglehetősen durva) közelítésben a megadott és a táblázatokban megtalálható adatok<sup>1</sup> felhasználásával a

$$T_{\text{konstantán}} \approx 315 \text{ K} \approx 42 \text{ }^\circ\text{C}, \quad \text{illetve} \quad T_{\text{krómnikkel}} \approx 337 \text{ K} \approx 64 \text{ }^\circ\text{C}$$

eredményeket kapjuk.

A megoldás pontosítható, ha figyelembe vesszük a kétféle anyag ellenállásának táblázatokban megtalálható hőfokfüggését. Ekkor a konstantán esetében nem változik az eredmény (ami nem meglepő, hiszen a konstantán éppen olyan összetételű réznikkel öt vezető, amelynek nagyon kicsi a hőfoktényezője), de a krómnikkel huzal állandósult hőmérséklete sem tér el számottevően az első közelítés eredményétől, mindössze 4 fokkal lesz magasabb.

További pontosítást az emissziós tényező realisabb értékével való számítástól várhatunk. A táblázati adatok szerint a fényes felületű króm, nikkell és réz  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ -on  $\varepsilon_{\text{króm}} = 0,08$ ;  $\varepsilon_{\text{nikkel}} = 0,06$ ;  $\varepsilon_{\text{réz}} = 0,02$  együtthatókkal jellemezhető, ebből arra következtethetünk, hogy az ötvözeteik sugárzása is hasonló, átlagosan  $\varepsilon = 0,05$  tényezővel írható le. A táblázatok azt is jelzik, hogy a hőmérséklet emelkedésével  $\varepsilon$  növekszik, volfrám esetében pl.  $2000 \text{ }^\circ\text{C}$ -on az emissziós tényező több, mint 10-szerese a szobahőmérsékleten érvényes mennyiségnek. Mindezek figyelembe vételével (átlagos emissziós együtthatóval és a megfelelő hőfoktényezővel számolva) a kialakuló hőmérsékletre a konstantánál kb.  $200 \text{ }^\circ\text{C}$ -ot, a krómnikkel huzalnál pedig mintegy  $300 \text{ }^\circ\text{C}$ -ot kapunk. Ilyen hőmérsékleteken már érdemes lenne figyelembe venni a fajlagos ellenállások megváltozását is, de gondolhatunk a fémfelületek oxidációjára is (ami erősen megváltoztatja az emissziós tényezőket.) Ezeket a számításokat azonban nem végezzük el, hiszen csak becslést kívántunk adni a huzalok hőmérsékletére.

<sup>1</sup> A konstantán fajlagos ellenállása  $5 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ , a krómnikkel pedig  $11 \cdot 10^{-7} \Omega\text{m}$ . Ez utóbbi a Négyjegyű függvénytáblázatban hibásan szerepel, és más táblázatok is igen eltérő adatokat adnak meg. Az ebből adódóan különböző számszerű eredményeket tartalmazó dolgozatokat (ha egyébként helyes gondolatmenetet követek) teljes értékűnek tekintettük. (A szerk.)