

**Megoldás.** A bizonyítandó egyenlőtlenség bal oldalán az  $x_1, x_2, x_3$  helyett  $x_4$ -et írva az összeg (négyzete) nem nő:

$$(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^2 \geq (4x_4 + x_5)^2 = 16x_4^2 + 8x_4x_5 + x_5^2.$$

A kapott összegben  $x_4x_5$  helyett a nála nem nagyobb  $x_5^2$ -t tesszük, majd  $x_4^2$  együtthatóját  $\frac{7}{2}$ -del csökkentjük,  $x_5^2$  együtthatóját pedig ugyanannyival növeljük:

$$16x_4^2 + 8x_4x_5 + x_5^2 \geq 16x_4^2 + 9x_5^2 = \frac{32}{2}x_4^2 + \frac{18}{2}x_5^2 \geq \frac{25}{2}(x_4^2 + x_5^2).$$

Egyenlőség pontosan akkor teljesül, ha  $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5$ .