I. megoldás. A következőket tudjuk:

$$11 > 2a - b, \tag{1}$$
$$25 > 2b - a, \tag{2}$$
$$3b - a > 42, \tag{3}$$
$$2a + b > 46. \tag{4}$$

A (2) és (4) egyenlőtlenségeket átrendezve, és „egymás után írva”:

$$\begin{aligned} \frac{25+a}{2} > b &> 46 - 2a, \\ 25 + a &> 92 - 4a, \\ 5a &> 67, \\ a &> 13{,}4. \end{aligned}$$

Tudjuk, hogy a egész szám, ezért $14 \le a$.

Az (1) és (2) egyenlőtlenséget átrendezve, és „egymás után írva”:

$$\begin{aligned} \frac{25+a}{2} > b &> 2a - 11, \\ 25 + a &> 4a - 22, \\ 47 &> 3a, \\ \frac{47}{3} = 15\frac{2}{3} &> a. \end{aligned}$$

Mivel a egész szám, azért $a \le 15$.

Összegezve: $14 \le a \le 15$, vagyis $a = 14$ vagy $a = 15$.

A (3) egyenlőtlenséget átrendezve:

$$b > \frac{42+a}{3}.$$

Az $a = 14$ értéket visszahelyettesítve a (3) és (2) egyenlőtlenség átrendezett alakjába:

$$\begin{aligned} b &> \frac{42+a}{3} = \frac{42+14}{3} = 18\frac{2}{3}, \\ b &< \frac{25+a}{2} = \frac{25+14}{2} = 19\frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Ezek alapján b értéke csak 19 lehet.

Ha $a = 15$, akkor b értékére igazak a következőek:

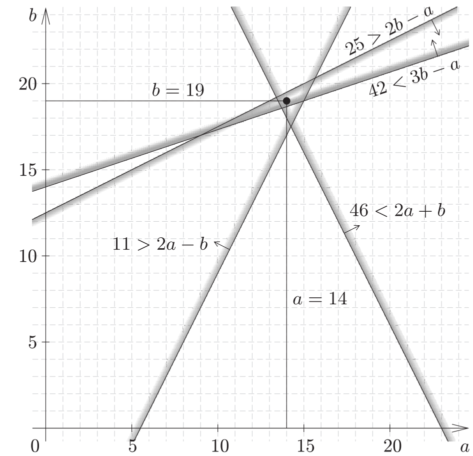
$$\begin{aligned} b &> \frac{42+a}{3} = \frac{42+15}{3} = 19, \\ b &< \frac{25+a}{2} = \frac{25+15}{2} = 20. \end{aligned}$$

Mivel b egész és az egyenlőség nem megengedett, itt nincs megoldás.

Tehát az egyenlőtlenségrendszernek egy megoldása van: $a = 14$ *és* $b = 19$.

A kapott megoldás valóban kielégíti a feladat követelményeit.

II. megoldás. Az egyenlőtlenségeket koordináta-rendszerben ábrázolva behatároljuk a síknak azon részét, ami az összes feltételnek megfelel. Az *ábrán* látható, hogy ez egy olyan négyszög, amelyen belül csupán egy egész számpár (rácspont) található. A feladatnak nem megoldásai az egyenesekre illeszkedő rácspontok, mivel az egyenlőségek a feladat szerint nem megengedettek.



A feladat megoldása tehát: $a = 14$ és $b = 19$.