Megoldás. Tetszőleges $x_0 \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$ számra

$$f\left(\frac{x_0-1}{x_0}\right)+f\left(\frac{1}{1-x_0}\right)=2-2x_0. \tag{1}$$

Helyettesítsük most az eredeti egyenletben x helyébe az $\dfrac{1}{1-x_0} \in \mathbb{R} \setminus \{0,1\}$ számot:

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\frac{1}{1-x_0}-1}{\frac{1}{1-x_0}}\right)+f\left(\frac{1}{1-\frac{1}{1-x_0}}\right)&=f(1-1+x_0)+f\left(\frac{1-x_0}{1-x_0-1}\right)= \\ &=f(x_0)+f\left(\frac{x_0-1}{x_0}\right)=2-2\cdot\frac{1}{1-x_0}. \end{aligned} \tag{2}$$

Most pedig alkalmazzunk $x=\dfrac{x_0-1}{x_0}$ helyettesítést.

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\frac{x_0-1}{x_0}-1}{\frac{x_0-1}{x_0}}\right)+f\left(\frac{1}{1-\frac{x_0-1}{x_0}}\right)&=f\left(\frac{x_0-1-x_0}{x_0-1}\right)+f\left(\frac{x_0}{x_0-x_0+1}\right)= \\ &=f\left(\frac{1}{1-x_0}\right)+f(x_0)=2-2\cdot\frac{x_0-1}{x_0}. \end{aligned} \tag{3}$$

A (2) és (3) egyenletek összegéből vonjuk ki az eredeti (1) egyenletet, majd osszunk 2-vel és írjunk az egyenletben x_0 helyett x-et.

$$f(x)=x+\frac{1}{x}+\frac{1}{x-1}.$$

Az eredeti függvényegyenletbe helyettesítve ellenőrízhető, hogy ez a függvény valóban megoldás is:

$$\begin{aligned} &f\left(\frac{x-1}{x}\right)+f\left(\frac{1}{1-x}\right)= \\ &=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x-1}+\frac{1}{\frac{x-1}{x}-1}+\frac{1}{1-x}+(1-x)+\frac{1}{\frac{1}{1-x}-1}= \\ &=\frac{x-1}{x}+1-x+(1-x)+\frac{1-x}{x}=2-2x. \end{aligned}$$