I. megoldás. Azt fogjuk csupán felhasználni, hogy ha $0 < t < 1$, akkor $t^{\frac{3}{4}} > t$. Legyen

$$x = \frac{a}{a+b+c}, \quad y = \frac{b}{a+b+c} \quad \text{és} \quad z = \frac{c}{a+b+c}.$$

Ekkor $0 < x, y, z < 1$ és $x + y + z = 1$, így

$$\frac{a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}} + c^{\frac{3}{4}}}{(a+b+c)^{\frac{3}{4}}} = x^{\frac{3}{4}} + y^{\frac{3}{4}} + z^{\frac{3}{4}} > x + y + z = 1.$$

Ebből pedig már következik az állítás.

II. megoldás. Az a, b és c pozitív számok, ezért nyilván $a < a + b + c$, amiből

$$a^{\frac{1}{4}} < (a+b+c)^{\frac{1}{4}}, \quad \text{így} \quad a^{-\frac{1}{4}} > (a+b+c)^{-\frac{1}{4}}.$$

Ugyanilyen megfontolásból látjuk, hogy

$$b^{-\frac{1}{4}} > (a+b+c)^{-\frac{1}{4}}, \quad \text{illetve} \quad c^{-\frac{1}{4}} > (a+b+c)^{-\frac{1}{4}}$$

is teljesül. Ezek alapján:

$$\begin{aligned} a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}} + c^{\frac{3}{4}} &= a \cdot a^{-\frac{1}{4}} + b \cdot b^{-\frac{1}{4}} + c \cdot c^{-\frac{1}{4}} > \\ &> a \cdot (a+b+c)^{-\frac{1}{4}} + b \cdot (a+b+c)^{-\frac{1}{4}} + c \cdot (a+b+c)^{-\frac{1}{4}} = \\ &= (a+b+c) \cdot (a+b+c)^{-\frac{1}{4}} = (a+b+c)^{\frac{3}{4}}, \end{aligned}$$

ami éppen a feladat állítását adja.