Megoldás. Legyen f egy olyan polinomfüggvény, amely kielégíti a feltételt. Ekkor $f(F_0)$-nak egy pozitív prímszámnak kell lennie, legyen ez p. Ezek szerint a polinom konstans tagja p, hiszen $f(F_0) = f(0) = p$. Most vizsgáljuk meg a Fibonacci-számok p-vel vett osztási maradékát. Végtelen sok egymást követő Fibonacci-számból álló pár van, ám az ilyen párokban szereplő számok p-es maradékaira csak véges sok, legfeljebb p^2 lehetőség van, így létezik olyan i és j, hogy $i < j$,

$$F_i \equiv F_j \ (p) \quad \text{és} \quad F_{i+1} \equiv F_{j+1} \ (p).$$

Vegyük a legkisebb ilyen i, j párt, azaz i legyen minimális. Tegyük fel, hogy $i \neq 0$. Mivel $F_{i-1} = F_{i+1} - F_i$ és $F_{j-1} = F_{j+1} - F_j$, azért

$$F_{i-1} \equiv F_{i+1} - F_i \equiv F_{j+1} - F_j \equiv F_{j-1} \ (p).$$

Ekkor azonban $F_{i-1} \equiv F_{j-1} \ (p)$ és $F_i \equiv F_j \ (p)$, ami ellentmond i megválasztásának. Tehát $i = 0$, vagyis $F_0 \equiv F_j \ (p)$ és $F_1 \equiv F_{j+1} \ (p)$, amiből

$$F_{j+2} \equiv F_{j+1} + F_j \equiv F_{0+1} + F_0 \equiv F_2 \ (p),$$

és ehhez hasonlóan indukcióval az is bizonyítható, hogy

$$F_{j+k} \equiv F_k \ (p)$$

teljesül tetszőleges k egész számra. Speciálisan, $F_{t \cdot j} \equiv 0 \ (p)$ minden $t \in \mathbb{N}$-re, ami egyben azt is jelenti, hogy végtelen sok p-vel osztható Fibonacci szám van.

Most nézzük újra az f polinomot. Először tegyük fel, hogy nem konstans. Ha a főegyütthatója negatív, akkor létezik egy n_0 küszöb, melyre $x > n_0$ esetén $f(x) < 0$. Azaz n_0-nál nagyobb Fibonacci-számot behelyettesítve a helyettesítési érték negatív, ami ellentmondás. Így a főegyütthatónak pozitívnak kell lennie. Ekkor azonban létezik egy n_1 küszöb, melyre $x > n_1$ esetén $f(x) > p$. Azaz egy n_1-nél nagyobb, p-vel osztható Fibonacci-számot (a fent bizonyítottak szerint van ilyen) behelyettesítve a helyettesítési érték p-vel osztható lesz, hiszen ilyenkor minden tag osztható p-vel. Így az f polinomfüggvény ehhez a Fibonacci-számhoz egy p-vel osztható, p-nél nagyobb prímet rendel, ami ellentmondás. Így a polinom csak konstans lehet, azaz a keresett polinomok: $f(x) = p$, ahol p egy pozitív prímszám.

Megjegyzés. A megoldás első felében leírtakhoz hasonlóan igazolható az a jól ismert állítás, hogy bármely m pozitív egész számra a Fibonacci-számok modulo m periodikus sorozatot alkotnak. Sőt, ez az állítás nem csak a Fibonacci-sorozatra, hanem az összes rekurzív sorozatra igaz. A bizonyítás a fent leírt megoldás értelemszerű módosításával kapható.