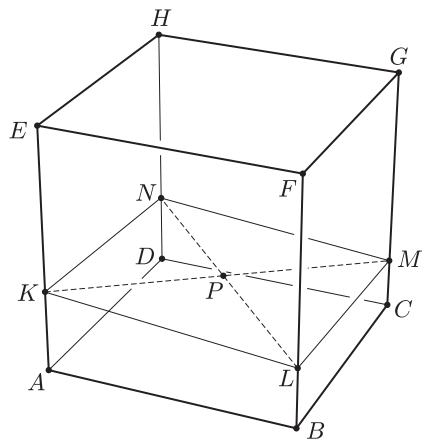
Megoldás. Feltehetjük, hogy a kocka éleinek hossza 1. Ekkor $AK = 1/3$, $BL = 1/4$ és $CM = 1/5$. Legyen N a DH él és a KLM sík metszéspontja, $\mathcal{S}$ az M-en, $\mathcal{T}$ pedig a K-n átmenő vízszintes sík.



Ekkor $\mathcal{S}$ a kockából egy olyan $ABCD$ alapú $\mathcal{H}_1$ egyenes hasábot vág le, amelynek magassága CM, ezért térfogata $V_1 = 1/5$. A $\mathcal{T}$ sík pedig egy olyan $EFGH$ alapú $\mathcal{H}_2$ egyenes hasábot vág le a kockából, amelynek magassága $EK = AE - AK$, ezért térfogata $V_2 = 2/3$. Az $\mathcal{S}$ és $\mathcal{T}$ síkok közé eső kockarész ugyancsak egyenes hasáb, amit jelöljünk $\mathcal{H}_3$-mal. Ennek térfogata

$$V_3 = 1 - (V_1 + V_2) = 1 - \left(\frac{1}{5} + \frac{2}{3}\right) = \frac{2}{15}.$$

Megmutatjuk, hogy a $KLMN$ sík felezi $\mathcal{H}_3$ térfogatát. A KL és MN egyenesek egysíkúak, ugyanakkor a kocka két párhuzamos lapsíkja közül egyikük $ABFE$-re, másikuk pedig $DCGH$-ra illeszkedik, ezért nem lehet közös pontjuk. Tehát a két egyenes párhuzamos. Ugyanígy láthatjuk be, hogy az LM és KN egyenesek is párhuzamosak. Vagyis a $KLMN$ négyszög paralelogramma, mert két-két szemközti oldala párhuzamos. Ekkor viszont átlói felezik egymást. Legyen $KLMN$ átlóinak metszéspontja P. Ekkor P egyúttal a $\mathcal{H}_3$ négyzet alapú egyenes hasáb KM testátlójának a felezőpontja, azaz a hasáb szimmetriaközéppontja, mert a hasáb négy testátlójának felezőpontjai egybeesnek. A P-re való középpontos tükrözés ezért $\mathcal{H}_3$-t önmagába viszi úgy, hogy felcseréli a (K, M) és az (L, N) pontpárokat. Vagyis felcseréli $\mathcal{H}_3$-nak a $KLMN$ sík alatti és a sík feletti részét. Ezért a két rész egybevágó, s így mindkét rész térfogata $\dfrac{V_3}{2} = \dfrac{1}{15}$.

A kocka $KLMN$ sík alatti részének térfogata tehát

$$V_1 + \frac{V_3}{2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \frac{4}{15},$$

a $KLMN$ sík fölötti rész térfogata pedig

$$V_2 + \frac{V_3}{2} = \frac{2}{3} + \frac{1}{15} = \frac{11}{15}.$$

Így a két rész térfogatának aránya $4 : 11$.