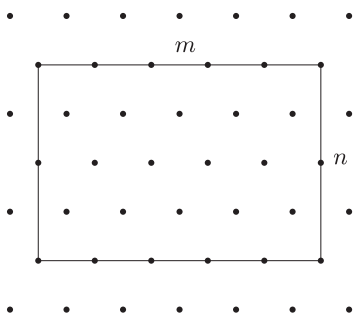


**Megoldás.** Megmutatjuk, hogy rajzolható ilyen téglalap.

Legyen a rácspontok távolsága egységnyi. Ekkor a téglalap vízszintes oldalán egységnyi a pontok távolsága, függőleges oldalán pedig  $\sqrt{3}$  egység. Jelölje a vízszintes oldal hosszát  $m$ , a függőlegesét  $n\sqrt{3}$ , ahol  $n$  és  $m$  pozitív egész számok. A téglalap kerületén lévő pontok száma ekkor  $2(m+n)$ .

A téglalap belsejében azokon a vízszintes rácspont egyeneseken, amelyek nem rácspontban metszik a függőleges oldalakat  $m$  pont van, és  $n$  ilyen egyenes van. Így ezeknek a pontoknak a száma  $m \cdot n$ .



Azokon a vízszintes rácspont egyeneseken, amelyek rácspontokban metszik a függőleges oldalakat  $m-1$  belső pont van és  $n-1$  ilyen egyenes van. Így ezeknek a pontoknak a száma  $(m-1) \cdot (n-1)$ .

A téglalap belsejében tehát  $m \cdot n + (m-1) \cdot (n-1) = 2mn - m - n + 1$  rácspont található.

A feltételünk:  $2(m+n) = 2mn - m - n + 1$ , vagyis  $2mn - 3m - 3n + 1 = 0$ . 2-vel szorozva és szorzattá alakítva:

$$\begin{aligned} 4mn - 6m - 6n + 2 &= 0, \\ (2m-3)(2n-3) - 9 + 2 &= 0, \\ (2m-3)(2n-3) &= 7. \end{aligned}$$

Itt  $2m-3=1$  és  $2n-3=7$ , vagy fordítva. Tehát a feltételnek megfelelő téglalap oldalai  $m=2$  és  $n=5$ , vagy  $m=5$  és  $n=2$ .

Mindkét téglalap határán és belsejében is 14 fa található.