Megoldás. Jelöljük $m(i)$-vel azoknak a húzásoknak a számát, amelyeknél az i szám ($2 \le i \le 87$) a második a sorba rendezés után; ekkor

$$m(i) = \binom{i-1}{1}\binom{90-i}{3},$$

hiszen az első helyre $i-1$ elemből kell kiválasztani egyet, a harmadik, negyedik, ötödik helyre pedig $90-i$-ből hármat. Felbontjuk a binomiális együtthatókat:

$$m(i) = \binom{i-1}{1}\binom{90-i}{3} = \frac{(i-1)(90-i)(89-i)(88-i)}{6}.$$

Ez egy, a $\mathbb{Z} \cap [2; 87]$ halmazon értelmezett negyedfokú függvény, amely csak pozitív értékeket vesz fel.

Megvizsgáljuk, hogy a függvény hol nő és hol csökken. A függvény nő, ha

$$\begin{gathered} m(i) < m(i+1), \\ \frac{(i-1)(90-i)(89-i)(88-i)}{6} < \frac{i(89-i)(88-i)(87-i)}{6}. \end{gathered}$$

Szorzunk a nevezővel és osztunk $(89-i)(88-i) \neq 0$-val:

$$\begin{aligned} (i-1)(90-i) &< i(87-i), \\ -i^2 + 91i - 90 &< -i^2 + 87i, \\ 4i &< 90, \\ i &< 22{,}5. \end{aligned}$$

Ez azt jelenti, hogy $m(i)$ 2-től 22-ig növekszik.

A függvény csökken, ha $m(i) > m(i+1)$; a fentiekhez hasonlóan ekkor $i > 22{,}5$. Tehát a függvény 23 és 87 között csökken.

Ez és az előző állítás együtt azt jelentik, hogy a keresett érték 22 vagy 23.

$$\begin{aligned} m(22) &= \frac{(22-1)(90-22)(89-22)(88-22)}{6} = \frac{21 \cdot 68 \cdot 67 \cdot 66}{6} = \frac{6\,314\,616}{6}, \\ m(23) &= \frac{(23-1)(90-23)(89-23)(88-23)}{6} = \frac{22 \cdot 67 \cdot 66 \cdot 65}{6} = \frac{6\,323\,460}{6}. \end{aligned}$$

Mivel $m(23) > m(22)$, a 23-as szerepel leggyakrabban a második helyen a nagyság szerinti sorrendben.