Megoldás. A Fibonacci-sorozat definíciójából következően

$$F_{i+3} = F_{i+2} + F_{i+1}, \quad \text{valamint} \quad F_i = F_{i+2} - F_{i+1},$$

ezért:

$$F_i F_{i+3} = (F_{i+2} - F_{i+1})(F_{i+2} + F_{i+1}) = F_{i+2}^2 - F_{i+1}^2.$$

Ezt behelyettesítve teleszkópikus összeget kapunk:

$$\begin{aligned}\sum_{i=k}^{m} F_i F_{i+3} &= F_k F_{k+3} + F_{k+1} F_{k+4} + F_{k+2} F_{k+5} \ldots + F_{m-1} F_{m+2} + F_m F_{m+3} = \\ &= F_{k+2}^2 - F_{k+1}^2 + F_{k+3}^2 - F_{k+2}^2 + F_{k+4}^2 - F_{k+3}^2 + \ldots + \\ &\quad + F_{m+1}^2 - F_m^2 + F_{m+2}^2 - F_{m+1}^2 = \\ &= F_{m+2}^2 - F_{k+1}^2 = (F_{m+2} + F_{k+1})(F_{m+2} - F_{k+1}).\end{aligned}$$

$1 < F_{m+2} + F_{k+1}$ nyilvánvalóan igaz, továbbá az $1 \leq k \leq m-1$ feltétel alapján

$$F_{m+2} - F_{k+1} \geq F_{k+3} - F_{k+1} = F_{k+2} \geq F_3 = 2,$$

így $1 < F_{m+2} - F_{k+1}$ is teljesül. Tehát a feladatban szereplő összeg egyenlő az $(F_{m+2} + F_{k+1})(F_{m+2} - F_{k+1})$ szorzattal, amelynek mindkét tényezője 1-nél nagyobb egész szám, azaz valóban összetett számot kapunk.