Megoldás. Adjunk sorban alsó becslést a bal oldalon szereplő egyes tagokra.

(i) Először felhasználjuk, hogy $a \geq c$ és $b \geq c$, azaz $(a+b) \geq 2c$, továbbá, hogy $(a-b) \geq 0$. Így

$$\frac{a^2-b^2}{c} = \frac{(a+b)(a-b)}{c} \geq 2 \cdot (a-b)$$

Itt egyenlőség csak $a = c$ és $b = c$, vagy $a = b$ esetén teljesül.

(ii) A $b + c \leq 2a$ egyenlőtlenséget a $c - b \leq 0$ nem pozitív számmal szorozva az egyenlőtlenség iránya megfordul, tehát

$$\frac{c^2-b^2}{a} = \frac{(c-b)(c+b)}{a} \geq (c-b)\frac{2a}{a} = 2(c-b).$$

Egyenlőség $a = b$ és $a = c$, vagy $b = c$ esetén áll.

(iii) Végül, mivel $a - c \geq 0$ és $a + c > b$ látjuk, hogy

$$\frac{a^2-c^2}{b} = \frac{(a+c)(a-c)}{b} \geq (a-c)\frac{b}{b} = a-c.$$

Ebben az esetben egyenlőség csak $a = c$, azaz $a = b = c$ esetén teljesül.

A három egyenlőtlenséget összeadva:

$$\frac{a^2-b^2}{c} + \frac{c^2-b^2}{a} + \frac{a^2-c^2}{b} \geq 2(a-b) + 2(c-b) + (a-c) = 3a - 4b + c.$$

A fenti három részlet alapján egyenlőség kizárólag $a = b = c$ esetén fordul elő.