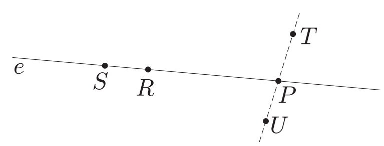
I. megoldás. Ha a pontok száma legfeljebb négy, akkor a feladat állítása azonnal adódik. Tegyük fel, hogy $n > 4$, és az állítás nem igaz. Válasszunk egy olyan e egyenest, amelyre az adott pontok közül legalább három, P, R és S is illeszkedik. Feltevésünk szerint e legfeljebb $n-2$ pontot tartalmaz, ezért az n pont közül választhatunk két olyat, T-t és U-t, amelyek nincsenek rajta e-n. A TU egyenesnek legfeljebb egy közös pontja van e-vel, ezért feltehető, hogy sem R, sem S nincs rajta a TU egyenesen. Ekkor viszont az $\{R, S, T, U\}$ pontnégyes közül nem tudunk kiválasztani három kollineárisat, mert bármely hármat választjuk, azok közt szerepel vagy az (R, S), vagy a (T, U) pár, ezen párok bármelyikének összekötő egyenese viszont a másik pár egyik pontját sem tartalmazza. Tehát feltevésünkből ellentmondást kaptunk, azaz a pontok közül legalább $n-1$ kollineáris.



II. megoldás. Az állítást n szerinti teljes indukcióval bizonyítjuk. Ha $n \leq 4$, akkor az állítás nyilvánvaló. Tegyük fel, hogy $n \geq 5$, és $n-1$ pont esetén az állítást már beláttuk. Hagyjuk el a ponthalmaz egyik pontját. A fennmaradó $n-1$ elemű ponthalmazra a feltételek teljesülnek, tehát az indukciós feltevés alapján található benne egy $n-2$ elemű $\mathcal{A}$ részhalmaz, melynek pontjai egy egyenesre esnek. Hagyjuk el most az eredeti ponthalmazból $\mathcal{A}$-nak egy pontját. Az így kapott $n-1$ elemű ponthalmazban is található egy $n-2$ elemű $\mathcal{B}$ részhalmaz, melynek pontjai egy egyenesre esnek. Mivel $\mathcal{A} \neq \mathcal{B}$, a $\mathcal{C} = \mathcal{A} \cup \mathcal{B}$ halmaz legalább $n-1$ elemű. Megmutatjuk, hogy ennek pontjai egy egyenesre esnek.

Mivel $|\mathcal{A} \cap \mathcal{B}| \geq n-4 \geq 1$, azért $\mathcal{C}$ biztosan tartalmaz egy P pontot. Tegyük fel, hogy $\mathcal{C}$-nek nincs több pontja. Ekkor $\big|\mathcal{A} \setminus \{P\}\big| = \big|\mathcal{B} \setminus \{P\}\big| = n-3 \geq 2$ miatt létezik négy pont, $R, S \in \mathcal{A} \setminus \{P\}$ és $T, U \in \mathcal{B} \setminus \{P\}$, melyek közül semelyik három nem esik egy egyenesre. Ez azonban ellentmond a feltételeknek, tehát $\mathcal{C}$ legalább két pontból áll. Legyen e a $\mathcal{C}$ két különböző pontjának összekötő egyenese. Mivel $\mathcal{A}$ pontjai is és $\mathcal{B}$ pontjai is kollineárisak, uniójuk minden pontja rajta kell hogy legyen az e egyenesen. Tehát az állítás n pontú halmazra is igaz, s ezzel a teljes indukciós bizonyítást befejeztük.