

**Megoldás.** A tízes számrendszerben felírt egész számok 11-es oszthatósága a számok számjegyeitől függ. Egy szám akkor osztható 11-gyel, ha jegyeit váltakozó előjellel összeadva a kapott összeg is osztható 11-gyel. A szám 11-es maradékát pedig úgy kapjuk meg, hogy a szám jegyeit az egyes helyiértéktől indulva váltakozó előjellel rendre összeadjuk, majd ennek az összegnek vesszük a 11-es maradékát.

Ezek alapján két esetet különböztetünk meg.

(i) Ha az  $A$ -nak páratlan sok jegye van, akkor a  $B$  szám felírása, azaz  $A$  jegyeinek fordított sorrendben történő felírása nem változtatja meg a 11-es maradékot, mivel azok a jegyek, amelyek „páratlanadik” helyen voltak, továbbra is ott lesznek. A középső számjegy marad a helyén, a többi pedig erre szimmetrikusan fog elmozdulni, a váltakozó előjelű összeadáskor a számjegyeknek megmarad az előjelük. Az  $A$  és a  $B$  11-es maradéka ugyanannyi lesz, tehát ebben az esetben  $A - B$  osztható 11-gyel.

(ii) Ha az  $A$ -nak páros sok jegye van, akkor a jegyek fordított sorrendben történő felírása megváltoztatja minden számjegy előjelét, a páratlanadik helyen álló számjegyek páros helyre kerülnek és fordítva. Ennek az lesz a következménye, hogy  $A + B$  lesz osztható 11-gyel.

Természetesen, ha  $A$  osztható 11-gyel, akkor  $B$  is, így  $A + B$  és  $A - B$  is osztható 11-gyel.