

Megoldás. Tudjuk, hogy a körcikk területe felírható $\frac{r^2\varphi}{2}$ alakban, ahol r a körcikket alkotó kör sugara, φ a körcikkhez tartozó középponti szög radiánokban mérve.

Az 1, 2, 3-mal jelzett I-es típusú körcikk középponti szöge legyen α , a 2, 3, 4-gyel jelzett II-es típusú körcikk szöge β . A koncentrikus körök sugarai $r_1 < r_2 < r_3$. Írjuk fel az azonos számmal jelzett egyenlő területű körszeletek területét I-ből, illetve II-ből.

A 2-vel jelzett területekre:

$$t_2 = \frac{r_1^2\beta}{2} = \frac{r_2^2\alpha}{2} - \frac{r_1^2\alpha}{2} = \frac{\alpha(r_2^2 - r_1^2)}{2}.$$

Egyszerűsítve kapjuk, hogy

a)

$$r_1^2\beta = \alpha(r_2^2 - r_1^2).$$

A 3-mal jelzett területekre:

$$t_3 = \frac{r_2^2\beta}{2} - \frac{r_1^2\beta}{2} = \frac{r_3^2\alpha}{2} - \frac{r_2^2\alpha}{2}.$$

Innen

b)

$$\beta(r_2^2 - r_1^2) = \alpha(r_3^2 - r_2^2).$$

Továbbá tudjuk, hogy a 2-vel jelzett körszelet területe fele a 3-mal jelzett idom területének, azaz

$$\frac{r_2^2\beta}{2} - \frac{r_1^2\beta}{2} = 2 \cdot \frac{r_1^2\beta}{2} = r_1^2\beta,$$

c)

$$\beta(r_2^2 - r_1^2) = 2r_1^2\beta.$$

Ha az a) egyenletből kifejezett $r_1^2\beta = \alpha(r_2^2 - r_1^2)$ értéket beírjuk a c) egyenlet jobb oldalába kapjuk, hogy

$$\beta(r_2^2 - r_1^2) = 2\alpha(r_2^2 - r_1^2),$$

és innen $\beta = 2\alpha$.

Írjuk fel a t_4 és t_1 területek arányát:

$$\frac{t_4}{t_1} = \frac{\beta(r_3^2 - r_2^2)}{\alpha r_1^2};$$

β helyébe az előbb kapott 2α -t helyettesítve:

$$\frac{t_4}{t_1} = \frac{2\alpha(r_3^2 - r_2^2)}{\alpha r_1^2}.$$

A b) egyenletből:

$$r_3^2 - r_2^2 = \frac{\beta(r_2^2 - r_1^2)}{\alpha} = \frac{2\alpha(r_2^2 - r_1^2)}{\alpha} = 2(r_2^2 - r_1^2).$$

A c) egyenletből $r_2^2 - r_1^2 = 2r_1^2$. Ezeket helyettesítve:

$$\frac{t_4}{t_1} = \frac{4(r_2^2 - r_1^2)}{r_1^2} = \frac{8r_1^2}{r_1^2} = 8,$$

vagyis a t_4 területe 8-szorosa a t_1 területének.