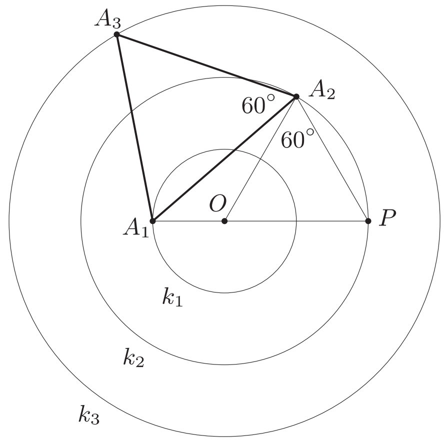
Megoldás. A körök legyenek k_1, k_2 és k_3, közös középpontjuk O, a három kiválasztott pont pedig rendre A_1, A_2 és A_3 (*1. ábra*).



1. ábra

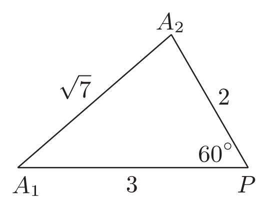
Mivel $A_1A_2A_3$ szabályos háromszög, van egy olyan A_2 körüli $60°$-os (pozitív vagy negatív irányú) φ forgatás, amely az A_3 pontot A_1-be viszi. Ha ennél a φ forgatásnál O képe a P pont, akkor az A_2OP háromszög szabályos, ezért $OP = OA_2 = 2$, vagyis P rajta van a k_2 körön. A k_3 kör φ-nél kapott k_3' képe tehát egy P középpontú, 3 sugarú olyan kör, amely áthalad az A_1 ponton. Vagyis A_1 közös pontja a k_1 és k_3' köröknek. De mivel

$$PO + OA_1 = 2 + 1 = 3 = PA_1,$$

az O pont rajta van a PA_1 szakaszon – ellenkező esetben ugyanis a háromszög-egyenlőtlenség miatt $PO+OA_1 > PA_1$ lenne.

Tehát az A_2PA_1 szög megegyezik a $60°$-os A_2PO szöggel. A A_2PA_1 háromszögben $A_2P = 2$ és $PA_1 = 3$, vagyis a koszinusztétel szerint a háromszög harmadik oldala

$$A_2A_1 = \sqrt{A_2P^2 + PA_1^2 - 2 \cdot A_2P \cdot PA_1 \cdot \cos 60°} = \sqrt{7}.$$



2. ábra

Tehát a keresett szabályos háromszög oldala csak $\sqrt{7}$ lehet. Az eddigiekből az is könnyen látható, hogy ilyen háromszög valóban létezik.