

Megoldás. Mivel az első két elem 1 és 2, a 3 nem eleme a sorozatnak, a 4 és az 5 számok közül pedig legfeljebb egy lehet a sorozat eleme. Ha $n \geq 5$ (természetes szám) szerepel a sorozatban, akkor $n - 1$ és $n - 2$ nem szerepelhet, mert $(n - 1) + 1 = n$ és $(n - 2) + 2 = n$. Azaz három egymást követő, a 2-nél nagyobb szám közül legfeljebb egy szerepelhet a sorozatban.

Így, ha k osztható 3-mal, akkor a következő módon csoportosítjuk a számokat 4-től k -ig:

$$4, 5, 6; \quad 7, 8, 9; \quad 10, 11, 12; \quad \dots \quad k - 2; k - 1; k.$$

Ha a k nem osztható 3-mal, akkor nyilván az utolsó csoportba 1 tag (k) vagy két tag ($k - 1; k$) kerül.

Ez 3-mal osztható k esetén $\frac{k - 3}{3}$ csoport,

ha k hárommal osztva 1-et ad maradékul, akkor $\frac{k - 1}{3}$,

2-es maradék esetében pedig $\frac{k - 2}{3}$ csoport.

Ezek mindegyike kisebb, mint $\frac{k}{3}$, ezért mondhatjuk, hogy legfeljebb $\frac{k}{3}$ ilyen csoport van, így összesen a k -nál kisebb elemek száma legfeljebb $2 + \frac{k}{3}$.