

Megoldás. A számjegyek: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, és tudjuk, hogy $11 \mid \overline{abcdefghi}$. A 11-gyel való oszthatóság miatt az $\overline{abcdefghi}$ szám számjegyeit váltakozó előjellel összegezve egy 11-gyel osztható számot kapunk. Tehát az adott számjegyekből 4-et pozitívnak, 5-öt negatívnak (vagy 5-öt pozitívnak, 4-et negatívnak) véve, összegezve 11-gyel osztható számokat kell keresni.

A legnagyobb esetben: $9 + 8 + 7 + 6 + 5 - 4 - 3 - 2 - 1 = 25$.

A legkisebb esetben: $1 + 2 + 3 + 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 = -25$.

Tehát az alábbi 11-gyel osztható számok jöhetnek szóba összegként: $-22, -11, 0, 11, 22$. Mivel öt páratlan számból összeadással és kivonással nem lehet páros számot kapni, ezek közül csak két összeget kell megvizsgálni: a -11 -et és a 11 -et.

Ha minden számjegy előjele $+$, akkor az összeg: $1 + 2 + \dots + 9 = 45$, ebből kell kétszer kivonni a negatív előjelű számjegyeket, hogy -11 -et vagy 11 -et kapjunk.

Ha a negatív előjelű számjegyek összege $\frac{45 - (-11)}{2} = 28$, akkor négy szám esetén a lehetőségek:

$$9 + 8 + 7 + 4, \quad 9 + 8 + 6 + 5.$$

Csak ezek lehetnek, mert kisebb számok esetén az összeg kisebb lesz 28-nál.

Öt szám esetén a lehetőségek:

$$\begin{array}{lll} 9 + 8 + 7 + 3 + 1, & 9 + 8 + 6 + 4 + 1, & 9 + 8 + 6 + 3 + 2, \\ 9 + 8 + 5 + 4 + 2, & 9 + 7 + 6 + 5 + 1, & 9 + 7 + 6 + 4 + 2, \\ 9 + 7 + 5 + 4 + 3, & 8 + 7 + 6 + 5 + 2, & 8 + 7 + 6 + 4 + 3. \end{array}$$

Csak ezek lehetnek, mert kisebb számok esetén az összeg 28-nál kisebb lesz.

Ha a pozitív előjelű számjegyek összege 28, akkor is ugyanezt a 11-féle beosztást kapnánk. Tehát 11-féleképpen oszthatjuk be a számjegyeket pozitív vagy negatív helyre, de még sorba is kell rendeznünk őket. Az öt azonos előjelűt 5!-féleképpen, a maradék négy másik előjelűt pedig 4!-féleképpen rendezhetjük sorba. Vagyis az összes eset: $11 \cdot 5! \cdot 4! = 31\,680$.

Tehát összesen 31 680 darab 11-gyel osztható 9 jegyű szám van a tízes számrendszerben, amelyben a 0 kivételével minden számjegy előfordul.