

Megoldás. Mivel

$$\frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{2} = \sin x \cdot \sin y \quad \text{és} \quad \frac{\cos(x-y) + \cos(x+y)}{2} = \cos x \cdot \cos y,$$

ezek hányadosa

$$\frac{\sin x}{\cos x} \cdot \frac{\sin y}{\cos y} = \operatorname{tg} x \cdot \operatorname{tg} y = \frac{\cos(x-y) - \cos(x+y)}{\cos(x-y) + \cos(x+y)} = \frac{\cos(x-y) - \cos a}{\cos(x-y) + \cos a} = b$$

(a tangens miatt $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$ és $y \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$, azaz $\cos x \cdot \cos y \neq 0$). Tehát

$$\cos(x-y) - \cos a = b \cdot \cos(x-y) + b \cdot \cos a,$$

úgyhogy $(1-b) \cdot \cos(x-y) = (1+b) \cdot \cos a$, s ebből

$$\cos(x-y) = \frac{1+b}{1-b} \cdot \cos a.$$

Innen

$$x-y = \pm \left(\arccos \left(\frac{1+b}{1-b} \cdot \cos a \right) \right) + 2k \cdot \pi \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Vagyis

$$x = \frac{(x+y) + (x-y)}{2} = \frac{a + 2k \cdot \pi \pm \left(\arccos \left(\frac{1+b}{1-b} \cdot \cos a \right) \right)}{2} \quad \text{és}$$
$$y = \frac{(x+y) - (x-y)}{2} = \frac{a - 2k \cdot \pi \mp \left(\arccos \left(\frac{1+b}{1-b} \cdot \cos a \right) \right)}{2} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ha $b = 1$, akkor $\cos(x-y) - \cos a = \cos(x-y) + \cos a$, ezért $0 = 2 \cdot \cos a$, azaz $0 = \cos(x+y)$. Tehát, ha $a = \frac{\pi}{2} + k\pi$, akkor végtelen sok megoldás van $\left(y = \frac{\pi}{2} + k\pi - x \right)$, egyébként nincs megoldás.