I. megoldás. Mindkét egyenletet négyzetre emeljük, majd a kapott egyenleteket összeadjuk. A $\cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1$ azonosság figyelembe vételével kapjuk, hogy

$$3+2(\cos x\cos y+\cos x\cos z+\cos y\cos z)+$$
$$+2(\sin x\sin y+\sin x\sin z+\sin y\sin z)=\frac{27}{4}+\frac{9}{4}=\frac{36}{4}=9;$$

ebből:

$$(\cos x\cos y+\sin x\sin y)+(\cos x\cos z+\sin x\sin z)+(\cos y\cos z+\sin y\sin z)=3.$$

A $\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)$ addíciós képletet mind a három tagra alkalmazva: $\cos(x-y)+\cos(x-z)+\cos(y-z)=3$. Mivel a cos függvény értéke nem lehet nagyobb, mint 1, ez az egyenlet csak úgy teljesülhet, ha $\cos(x-y)=\cos(x-z)=\cos(y-z)=1$, azaz $(x-y)$, $(x-z)$, $(y-z)$ a 2π egész számú többszörösei:

$$y=x+2k_2\pi;\quad z=x+2k_3\pi,$$

ahol k_2, k_3 tetszőleges egész számok. Ekkor $\cos x=\cos y=\cos z$ és $\sin x=\sin y=\sin z$; mindezt az eredeti egyenletekbe beírva:

$$\cos x+\cos x+\cos x=\frac{3\sqrt{3}}{2},\qquad \sin x+\sin x+\sin x=\frac{3}{2},$$

más szóval

$$\cos x=\frac{\sqrt{3}}{2},\qquad \sin x=\frac{1}{2};$$

ebből:

$$x=\frac{\pi}{6}+2k_1\pi,$$

ahol k_1 tetszőleges egész szám. Tehát a megoldás:

$$x=\frac{\pi}{6}+2k_1\pi,\quad y=\frac{\pi}{6}+2k_2\pi,\quad z=\frac{\pi}{6}+2k_3\pi,$$

ahol k_1, k_2, k_3 tetszőleges egész számok.

II. megoldás. Képzeljük el a feladatot úgy, mintha a komplex számsíkon három, egységnyi hosszúságú vektor összegeként kellene előállítani a $\frac{3\sqrt{3}}{2}+i\frac{3}{2}$ vektort. Bevezetve ugyanis az $s=\cos x+i\sin x$, $t=\cos y+i\sin y$, $u=\cos z+i\sin z$ egységnyi hosszú komplex ismeretleneket, az $s+t+u=\frac{3\sqrt{3}}{2}+i\frac{3}{2}$ egyenlet a komplex számok körében éppen azt jelenti, hogy az egyenlet bal oldalának valós része, $\cos x+\cos y+\cos z$ egyenlő a jobb oldal valós részével, $\frac{3\sqrt{3}}{2}$-vel, és az egyenlet bal oldalának képzetes része, $\sin x+\sin y+\sin z$ egyenlő a jobb oldal képzetes részével, $\frac{3}{2}$-del; ezek pedig éppen a feladat egyenletei.

Írjuk fel az $s+t+u=\frac{3\sqrt{3}}{2}+i\frac{3}{2}$ összegre a háromszög-egyenlőtlenséget:

$$3=|s|+|t|+|u|\geq|s+t+u|=\left|\frac{3\sqrt{3}}{2}+i\frac{3}{2}\right|=\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=3.$$

A kapott egyenlőség éppen azt jelenti, hogy az s, t, u vektorok párhuzamosak és egyenlő állásúak, így $|s|=|t|=|u|=1$ miatt $s=t=u$, ezért

$$s=t=u=\frac{1}{3}\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}+i\frac{3}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}.$$

Tehát $\cos x=\cos y=\cos z=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin x=\sin y=\sin z=\frac{1}{2}$, azaz a megoldás:

$$x=\frac{\pi}{6}+2k\pi,\quad y=\frac{\pi}{6}+2m\pi,\quad z=\frac{\pi}{6}+2n\pi,$$

ahol k, m, n tetszőleges egész számok.