Megoldás. Két négyzet összege csak úgy lehet nulla, ha mind a kettő külön-külön nulla. Azaz ekkor

$$\begin{aligned} ax^2+bx+14&=0,\\ bx^2+ax+8&=0 \end{aligned} \tag{1}$$

is teljesül. Adjuk össze a két egyenletet:

$$ax^2+bx+bx^2+ax+22=0.$$

Alakítsuk szorzattá:

$$ax(x+1)+bx(x+1)=-22,$$

emeljük ki az $x(x+1)$-et:

$$x(x+1)(a+b)=-22.$$

A 22 prímtényezős felbontása $1\cdot 2\cdot 11=22$. E három szám szorzata csak úgy lehet negatív, ha vagy mindegyik tényező negatív, vagy egy közülük negatív és a másik kettő pozitív. Mivel x és $x+1$ egymás utáni egész számok, előjelük megegyezik, így két eset lehetséges (x nem lehet -1, mert akkor $x+1=0$ lenne): vagy $x=1$, $x+1=2$ és $a+b=-11$; vagy $x=-2$, $x+1=-1$ és $a+b=-11$. Az első esetben x értékét helyettesítsük (1)-be, azt kapjuk, hogy $a+b=-14$, illetve $a+b=-8$, ami ellentmondás.

A második esetben $x=-2$, ezt (1)-be helyettesítve:

$$\begin{aligned} 4a-2b&=-14,\\ 4b-2a&=-8. \end{aligned}$$

Az első egyenletből $b=2a+7$, a második egyenletbe helyettesítve $8a+28-2a=-8$ és innen $a=-6$, és $b=-5$.

Az $x=-2$ valóban megoldás, amit helyettesítéssel ellenőrizhetünk:

$$\begin{aligned} -6x^2-5x+14&=0, \text{ és } -5x^2-6x+8=0,\\ -24+10+14&=0, \qquad -20+12+8=0. \end{aligned}$$