I. megoldás. Ha vegyiáruból v, papíráruból p tonnát veszünk, akkor a kamion kapacitását az

$$v+p\le 5, \tag{1}$$

$$(v,p\ge 0)$$

$$v+3p\le 12 \tag{2}$$

feltételekkel írhatjuk le. Ha H jelöli a hasznot, akkor

$$\frac{H}{10^5}=v+2p.$$

H a v-nek és p-nek is szigorúan monoton növő függvénye; ezért, ha $v_1\ge v_0$ és $p_1\ge p_0$, és legalább az egyik helyen szigorú egyenlőtlenség teljesül, akkor $v_1,\ p_1$-re nagyobb a haszon, mint $v_0,\ p_0$ választásával. Így célszerű v és p értékét addig növelni, ameddig (1)-ben vagy (2)-ben egyenlőséget kapunk: H csak ilyen értékekre lehet maximális. Ennek megfelelően két esetet különböztethetünk meg.

1. eset:

$$v+p=5, \tag{1}$$

$$v+3p\le 12. \tag{2}$$

Fejezzük ki v-t az (1)-ből és helyettesítsük (2)-be:

$$\begin{aligned}(5-p)+3p&\le 12,\\ p&\le 3{,}5.\end{aligned} \tag{2}$$

Ezzel

$$\frac{H}{10^5}=(5-p)+2p=p+5\le 8{,}5,$$

így ebben az esetben H maximuma $8{,}5\cdot 10^5=850\,000$, ami $p=3{,}5$, $v=5-p=1{,}5$ esetén valósul meg.

2. eset:

$$v+p\le 5, \tag{1}$$

$$v+3p=12. \tag{2}$$

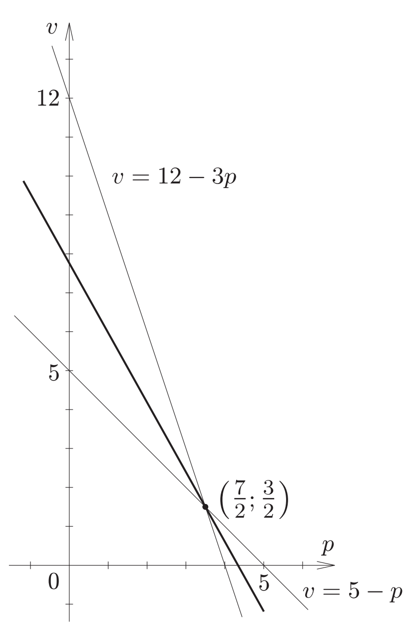
Az előbbi esethez hasonlóan eljárva, (2)-ből $v=12-3p$, ezt (1)-be helyettesítve

$$(12-3p)+p\le 5,\qquad p\ge 3{,}5,\qquad \text{ezzel}$$

$$\frac{H}{10^5}=(12-3p)+2p=12-p\le 8{,}5.$$

Itt pontosan akkor teljesül egyenlőség, ha $p=3{,}5$ és $v=12-3p=1{,}5$, ami megegyezik az 1. esetre kapott szélsőérték-hellyel. A haszon tehát legfeljebb 850 000 forint és pontosan akkor ennyi, ha $p=3{,}5$ és $v=1{,}5$.

II. megoldás. Ábrázoljuk a $p,\ v$ koordináta-rendszerben az (1) és (2) függvényeket.



A hasznot százezer forintba számolva keressük a $v + 2p$ függvény maximumát.

Az előző két egyenes metszéspontjának koordinátái $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$. A feltételeknek eleget tevő értékek a $(0;5)$, $(0;0)$, $(4;0)$ és $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$ pontok által meghatározott négyszög határára és belsejébe esnek. A hasznot megadó lineáris függvény a v tengelyt egy C pontban metszi. A különböző haszon értékekhez különböző egymással párhuzamos egyenesek tartoznak. Akkor kapjuk a legnagyobb hasznot, ha az egyenes a $\left(\frac{7}{2}; \frac{3}{2}\right)$ metszésponton megy át, vagyis, ha 3,5 tonna vegyiárut és 1,5 tonna papírárut szállít el a konténer.