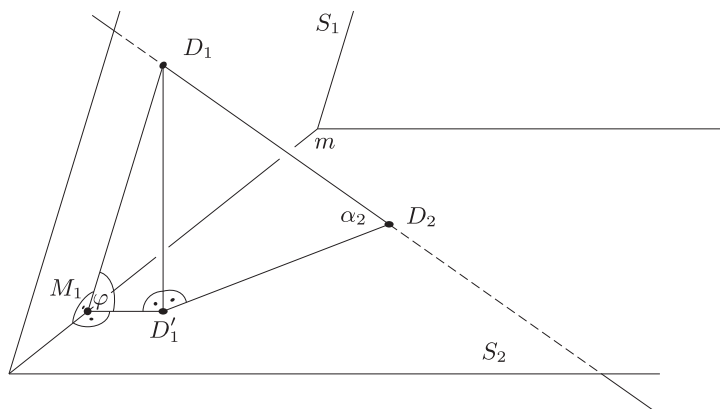


**Megoldás.** A  $D_1 \neq D_2$  feltétel azt jelenti, hogy sem  $D_1$ , sem  $D_2$  nem esik az  $m$  egyenesre. Legyen a  $D_1$  pontból az  $S_2$  síkra állított merőleges talppontja  $D'_1$ , a  $D'_1$ -ből  $m$ -re állított merőleges talppontja pedig  $M_1$ . Ugyanígy definiáljuk a  $D'_2$  és  $M_2$  pontokat is, azaz legyen a  $D_2$  pontból az  $S_1$  síkra állított merőleges talppontja  $D'_2$ , a  $D'_2$ -ből  $m$ -re állított merőleges talppontja pedig  $M_2$ .



Ekkor a  $D_1D'_1$  egyenes az  $S_2$  sík minden egyenesére merőleges. A sík és egyenes hajlásszögének definíciója szerint pedig ha  $\alpha_2 \neq 90^\circ$ , akkor a  $D_2D_1D'_1$  derékszögű háromszög  $D_2$ -nél lévő szöge éppen  $\alpha_2$ , azaz  $D_1D'_1 = D_1D_2 \sin \alpha_2$ . Ez utóbbi összefüggés  $\alpha_2 = 90^\circ$  esetén is igaz, mert ekkor  $D'_1 \equiv D_2$ . Az indexeket felcserélve ugyanilyen érveléssel kapjuk, hogy  $D_2D'_2 = D_1D_2 \sin \alpha_1$ .

Mivel  $m$  merőleges az egymással nem párhuzamos  $D'_1M_1$  és  $D_1D'_1$  egyenesekre, azért merőleges az általuk meghatározott sík minden egyenesére, tehát  $D_1M_1$ -re is. Így  $D_1$  és  $m$  távolsága  $D_1M_1$ . Mivel a  $D_1M_1$  egyenes az  $S_1$ , a  $D'_1M_1$  egyenes pedig az  $S_2$  síkban van, mindkettő átmegy a két sík  $m$  metszévonalának  $M_1$  pontján és mindkettő merőleges  $m$ -re, ezért a két egyenes hajlásszöge megegyezik a két sík  $\varphi$  hajlásszögével. A  $D_1M_1D'_1$  derékszögű háromszögben  $D_1M_1 = D_1D'_1 / \sin \varphi$ . Ez utóbbi összefüggés  $\varphi = 90^\circ$  esetén is igaz, mert ekkor  $D'_1 \equiv M_1$ . Az indexeket felcserélve ugyanilyen érveléssel kapjuk, hogy  $D_2M_2 = D_2D'_2 / \sin \varphi$ , és  $D_2$  és  $m$  távolsága  $D_2M_2$ .

Vagyis

$$D_1M_1 = \frac{D_1D_2 \cdot \sin \alpha_2}{\sin \varphi} \quad \text{és} \quad D_2M_2 = \frac{D_1D_2 \cdot \sin \alpha_1}{\sin \varphi}.$$

Állításunk bizonyításához ezek szerint azt kell megmutatnunk, hogy  $\alpha_1 > \alpha_2$  pontosan akkor teljesül, ha  $D_2M_2 > D_1M_1$ , azaz ha  $\sin \alpha_1 > \sin \alpha_2$ . Ez viszont nyilván igaz, mert a  $[0; \pi/2]$  intervallumon a szinuszfüggvény szigorúan monoton növekvő.