

Megoldás. Legyen a számunk x és a számjegyeinek száma n .

Legyen y az a szám, amelyet úgy kapunk, hogy x -nek a számjegyeit fordított sorrendben olvassuk. Mivel x nem osztható 10-zel, y is n jegyű lesz.

Tekintsük a $10^n y, 10^{2n} y, 10^{3n} y, \dots$ számokat. Ez végtelen sok szám, ezért a skatulya elv miatt végtelen sok olyan van köztük, amely x -szel osztva ugyanazt a maradékot adja. Vegyünk ezekből a számokból $2x + 1$ darabot, jelölje a legnagyobbat $10^{zn} y$. Ha a számok között van $10^{an} y$ és $10^{(z-a)n} y$, akkor minden ilyen párból az egyiket elhagyjuk. Ha a számok között megtalálható a $10^{\frac{z}{2}n} y$, akkor azt is elhagyjuk. Mivel minden szám csak egy másikkal lehet ilyen kapcsolatban, és a legnagyobb számnak nincs párja, biztosan megmarad legalább $\frac{2x}{2} - 1 = x - 1$ szám a legnagyobbon kívül. Vegyük hozzá a legnagyobbat ehhez az $x - 1$ számhoz, majd adjuk össze őket.

$$\begin{array}{r} \cancel{dcba0000} \cancel{dcba00} \mid \overline{\cancel{dcba00000000}} \\ dcba0000dcba00 \mid 000000dcba0000 \quad \checkmark \end{array} \quad 1. \text{ ábra}$$

Azzal, hogy elhagytuk a számpárok közül az egyiket, azt értük el, hogy ebben a számban bármely nem 0 számjegyet tükrözve 0-ba megy át, hiszen ha nem így lenne, akkor a két számjegyre tartozó számok ilyen tulajdonságú számpárt alkotnának. Ez a szám továbbá osztható x -szel, mert x db egyforma maradékot adó szám összege.

Ha ezt a számot visszafelé olvassuk, akkor is egy x -szel osztható számot kapunk, mert $10^{an} y$ helyett $10^{(z-a)n} x$ -et fogunk olvasni, ami osztható x -szel. Adjuk össze ezt a számot az eredeti számmal. Ez is osztható lesz x -szel, mert két x -szel osztható szám összege, szimmetrikus is lesz, mert ami az eredeti számban tükrözéssel 0-ba ment át, az most önmagába fog átmenni.

$$\begin{array}{r} dcba0000dcba00 \mid 000000dcba0000 \quad \checkmark \\ + \\ 0000abcd000000 \mid 00abcd0000abcd \\ = \\ dcbaabcd dcba00 \mid 00abcd dcbaabcd \quad 2. \text{ ábra} \end{array}$$

Tehát ezzel a módszerrel valóban előállítható az x -nek egy palindrom többszöröse.