Megoldás. Mivel $x = 0$ nem megoldás, eloszthatjuk az egyenlet mindkét oldalát x^4-nel:

$$\left[\frac{(1+x)^2}{x}\right]^4 + \left[\frac{1+x^2}{x}\right]^4 = 82.$$

Osszunk a zárójeleken belül tagonként x-szel:

$$\left[\frac{1+2x+x^2}{x}\right]^4 + \left[\frac{1+x^2}{x}\right]^4 = 82,$$
$$\left[x+\frac{1}{x}+2\right]^4 + \left[x+\frac{1}{x}\right]^4 = 82.$$

Most $x + \dfrac{1}{x}$ helyett bevezethetjük az y új ismeretlent:

$$(y+2)^4 + y^4 = 82,$$
$$2y^4 + 8y^3 + 24y^2 + 32y - 66 = 0,$$
$$y^4 + 4y^3 + 12y^2 + 16y - 33 = 0.$$

Az együtthatók alapján azonnal adódik, hogy $y = 1$ ennek az egyenletnek megoldása, így az $(y-1)$ gyöktényező kiemelhető:

$$y^4 + 4y^3 + 12y^2 + 16y - 33 = (y-1)\big(y^3 + 5y^2 + 17y + 33\big).$$

A harmadfokú egyenletnek gyöke a -3, így a harmadfokú tényezőből $(y+3)$ kiemelhető:

$$y^3 + 5y^2 + 17y + 33 = (y+3)\big(y^2 + 2y + 11\big).$$

Az eredeti egyenlet tehát $(y-1)(y+3)\big(y^2+2y+11\big) = 0$ alakba írható. Ez a szorzat csak akkor nulla, ha valamelyik tényezője nulla. A harmadik tényező diszkriminánsa negatív, így csak $y = 1$ és $y = -3$ a gyökei ennek az egyenletnek. Tehát a továbbiakban két esetet kell már csak vizsgálnunk. Ha $x + \dfrac{1}{x} = 1$, illetve ha $x + \dfrac{1}{x} = -3$. Az első esetben

$$x + \frac{1}{x} = 1, \qquad x^2 - x + 1 = 0.$$

Ennek az egyenletnek szintén negatív a diszkriminánsa, nincs valós megoldása. Végül vizsgáljuk az

$$x + \frac{1}{x} = -3$$

egyenletet:

$$x^2 + 3x + 1 = 0, \qquad x_{12} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

Ezek valóban megoldásai is az eredeti egyenletnek, tehát:

$$x_1 = \frac{-3-\sqrt{5}}{2}, \qquad x_2 = \frac{-3+\sqrt{5}}{2}.$$