

Megoldás. Nyilván $x \geq 1$.

Feltesszük, hogy az egyenlet bal oldala két tag összegének négyzeteként írható fel. Ekkor a kétszeres szorzat csak a $8(x+3)\sqrt{x-1}$ lehet, így a két tag például $(x+3)$ és $4\sqrt{x-1}$. Ellenőrizzve:

$$\begin{aligned} [(x+3) - 4\sqrt{x-1}]^2 &= x^2 + 6x + 9 - 8(x+3)\sqrt{x-1} + 16x - 16 = \\ &= x^2 - 8(x+3)\sqrt{x-1} + 22x - 7. \end{aligned}$$

Tehát feltevésünk igaz, így az egyenletünk

$$[(x+3) - 4\sqrt{x-1}]^2 = 0.$$

Ez pontosan akkor igaz, ha $(x+3) - 4\sqrt{x-1} = 0$, vagyis $(x+3) = 4\sqrt{x-1}$. Mindkét oldalt négyzetre emelve és rendezve az egyenletet:

$$x^2 + 6x + 9 = 16x - 16, \quad x^2 - 10x + 25 = 0, \quad \text{vagyis} \quad (x-5)^2 = 0.$$

Tehát $x = 5$.

A megoldást az eredeti egyenletbe visszahelyettesítve igazságot kapunk, így az egyenlet egyetlen megoldása az 5.