Megoldás. Legyen
$$S(n) = (3-7t)\cdot 2^n + (18t-9)\cdot 3^n + (6-10t)\cdot 4^n.$$

Felhasználjuk Fermat tételét, mely szerint $p \mid a^{p-1}-1$, ahol p prím, a és p pedig egymáshoz relatív prím egészek.

$$\begin{aligned}
12\cdot S(p-2) &= (18-42t)\cdot 2^{p-1} + (72t-36)\cdot 3^{p-1} + (18-30t)\cdot 4^{p-1} = \\
&= (18-42t)\cdot\left(2^{p-1}-1+1\right) + (72t-36)\cdot\left(3^{p-1}-1+1\right) + \\
&\quad + (18-30t)\cdot\left(4^{p-1}-1+1\right) = \\
&= (18-42t)\cdot\left(2^{p-1}-1\right) + (72t-36)\cdot\left(3^{p-1}-1\right) + \\
&\quad + (18-30t)\cdot\left(4^{p-1}-1\right) + (18-42t) + (72t-36) + (18-30t) \equiv \\
&\equiv 18-42t+72t-36+18-30t = 0 \pmod{p}.
\end{aligned}$$

Tehát ha p egy 2-től és 3-tól különböző prím, akkor $p \mid 12\cdot S(p-2)$. Ebből következik, hogy $p \mid S(p-2)$, tehát $n = p-2$ egy megfelelő választás.

Ez $p = 3$ esetén is megfelelő: $S(1) = 6-14t+54t-27+24-40t = 3$.

Tehát minden p páratlan prímszámhoz létezik olyan n szám, amelyre $p \mid S(n)$, ilyen pl. az $n = p-2$.