

Megoldás. A diákok optimális esetben párosával kérdezik a számokat, azaz megkérdezik egy pozitív x -re a függvény értéket, majd annak ellentettjére is. Ha olyan polinomfüggvényre gondolt a tanár, amelyben csak páros kitevők szerepelnek, a függvény biztosan páros, és a diákok akármeddig kérdezgethetik a helyettesítési értékeket, a párok függvényértéke mindig meg fog egyezni.

Ha van páratlan kitevő is, a függvény nem páros. Az tehát, hogy páros-e a függvény, csak a páratlan kitevős x -ektől függ. Emiatt tekintsük csupán a páratlan kitevős tagok által meghatározott $g(x)$ függvényt.

Egy nem páros polinomfüggvény egy valós x és $-x$ helyen csak akkor egyező értékű, ha a függvény és y tengelyre tükrözött képe az x helyen metszi egymást. (Az $x = 0$ -ban lévő metszéspontot nem számoljuk, hiszen csak pozitív-negatív párokat kérdezgetnek). Ha a találgatás során a tanulók pont egy ilyen metszésponton kérdezik meg a függvény értéket, nem jönnek rá, hogy az valójában nem páros; erre pedig 2 kérdést használnak fel (x és $-x$).

Ha tekintjük a legrosszabb helyzetet, és az összes ilyen metszéspontot megtalálják a diákok, a pozitív metszéspontok számának kétszeresénél kettővel több kérdésre van szükségük. Ha az a egy ilyen pozitív hely, akkor ott $g(-a) = g(a)$ teljesül. Másrészt, mivel g csak páratlan kitevőjű tagokból áll, $g(-a) = -g(a)$; tehát $g(a) = 0$. Tehát a gyöke a g -nek, ezért g/x -nek is, ami viszont csupa páros kitevőjű tagból áll. Ha g foka k , akkor ilyen pozitív a szám legfeljebb $(k-1)/2$ lehet, hiszen g/x valós gyökeinek száma legfeljebb a foka, $k-1$, és ezek a gyökök az y tengelyre szimmetrikusan helyezkednek el.

Ez tehát legfeljebb $(k-1)/2$ pozitív metszéspontot jelent, azonban a tanulók ezek ellentettjét is meg fogják kérdezni, tehát $k-1$ kérdést tesznek fel. Majd feltesznek még 2-t, és akkor kiderül, hogy nem páros a függvény. Ez $k-1+2 = k+1$ kérdést jelent.

Mivel k a legnagyobb páratlan kitevőt jelölte, ami páratlan n esetén n , páros n esetén $n-1$; azért, ha n páros, akkor $n-1+1 = n$ kérdést elég feltenni, ha pedig páratlan, akkor $n+1$ kérdésre van legalább szükség.