

Megoldás. Mivel a háromszög belső és külső szögfelezői merőlegesek egymásra, azért egy csúcs és a hozzá tartozó két szögfelező köréírt körrel való metszéspontja derékszögű háromszöget alkot. Ebből Thalész tétele miatt következik, hogy a két metszéspont a körön egymással szemben helyezkedik el. A három metszéspont ismeretében tehát megszerkeszthető a körülírt kör, ennek tudatában pedig a belső szögfelezők csúcsoktól különböző metszéspontjai. A kerületi és középponti szögek tétele szerint valamely csúcshoz tartozó belső szögfelezőnek a köréírt körrel való metszéspontja és az azzal szomszédos valamelyik csúcs közti ív középponti szöge az adott szöggel megegyezik. A szokásos jelölésekkel tehát az A -hoz és B -hez tartozó szögfelező-metszéspontok közti ívhez tartozó középponti szög $\alpha + \beta = \pi - \gamma$, ami alapján γ megszerkeszthető. Ha ezt a γ középponti szöget a C -hez tartozó szögfelező-metszéspontból két irányban felmérjük, a háromszög két csúcsát kapjuk. Valamely más csúcsra is elvégezve a szerkesztést, a háromszög mindhárom csúcsát megkapjuk.

A szerkesztés menete tehát (adott a D, E, F metszéspont):

1. Megszerkesztjük a három adott pont köré írt k kört: nyilván ez lesz a háromszög körülírt köre.
2. Tükrözzük a pontokat a kör O középpontjára, adódik G, H, I , a belső szögfelezők köréírt körrel vett metszéspontja.

3. $\angle DOH = \pi - \angle GOH = \pi - \alpha - \beta = \gamma$, tehát a DH szakasz a γ középponti szöghöz tartozó húr. A DH szakaszt körzőnyílásba vesszük, és I középponttal kört rajzolunk. A kör kimetszi k -ből a háromszög A és B csúcsát.

4. Az AG és BH szögfelezők metszéspontját összekötjük I -vel: mivel a szögfelezők egy pontban metszik egymást, ez az egyenes a C -ből induló szögfelező két pontján is átmegegyezik, tehát maga a szögfelező, így k -ből kimetszi a harmadik csúcsot, C -t.

Diszkusszió: Ha mindhárom pont egy félkörön helyezkedik el, tükörképeik, a belső szögfelezők metszéspontjai is egy félkörön fognak elhelyezkedni. Ekkor lesz olyan két metszéspont, amelyek közötti, a harmadikat nem tartalmazó ív hossza nagyobb, mint π . Mivel ez megegyezik két belső szög összegével, ami kisebb, mint π , ez ellentmondásra vezet. A háromszög tehát ilyenkor nem szerkeszthető.

Nyilván nincs megfelelő háromszög akkor sem, ha a három pont egy egyenesre esik.

Megfelelő háromszög minden más esetben létezik, azt a szerkesztés elő is állítja.