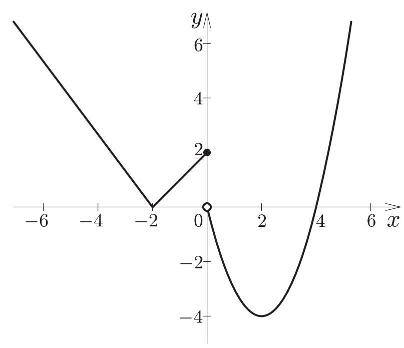
Megoldás.

$$\sqrt{x^2+4x+4}-a=\sqrt{(x+2)^2}-a=|x+2|-a=$$
$$=\begin{cases} x+2-a, & \text{ha} \quad -2\le x\le 0,\\ -(x+2)-a, & \text{ha} \quad x<-2.\end{cases}$$

$x^2-4x+a=(x-2)^2-4+a$, ha $x>0$. Tehát

$$f(x)=\begin{cases}(x-2)^2-4+a, & \text{ha} \quad x>0,\\ x+2-a, & \text{ha} \quad -2\le x\le 0,\\ -(x+2)-a, & \text{ha} \quad x<-2.\end{cases}$$

Ábrázoljuk a függvényt $a=0$ esetén:



Nézzük meg $f(x)$ zérushelyeinek számát az a paramétertől függően az $x\le 0$, illetve az $x>0$ intervallumon.

A függvény képe az $x\le 0$ intervallumon a-val az y tengely mentén lefelé, míg az $x>0$ intervallumon a-val felfelé tolódik. Ennek alapján

a értéke	zérushelyek száma az $x\le 0$ intervallumon
$a<0$	0
$a=0$	1
$0<a\le 2$	2
$a>2$	1

a értéke	zérushelyek száma az $x>0$ intervallumon
$a\le 0$	1
$0<a<4$	2
$a=4$	1
$a>4$	0

A két táblázat szerint a zérushelyek száma az a paramétertől függően:

a értéke	zérushelyek száma
$a<0$	1
$a=0$	2
$0<a\le 2$	4
$2<a<4$	3
$a=4$	2
$a>4$	1