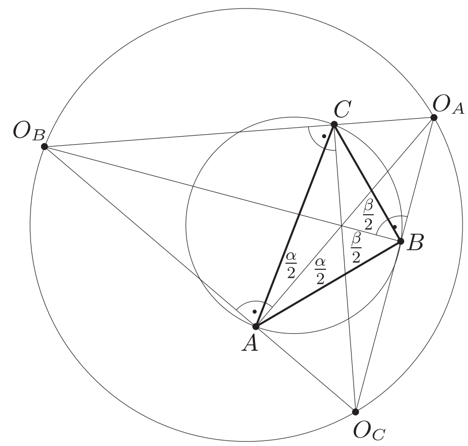
Megoldás. Jelöljük a háromszög csúcsait és szögeit a szokásos módon A, B, C, illetve α, β, γ-val, a beírt kör középpontja legyen O, a hozzáírt körök középpontjai pedig O_A, O_B és O_C. Tudjuk, hogy a beírt kör középpontja a három belső, a hozzáírt körök középpontjai pedig két külső és egy belső szögfelező metszéspontjai. Mivel egy háromszög bármely csúcsához tartozó külső és belső szögfelezők

merőlegesek egymásra, $AO_A \perp O_BO_C$, $BO_B \perp O_AO_C$ és $CO_C \perp O_BO_A$. Tehát az AO_A, BO_B és CO_C szakaszok az $O_AO_BO_C$ háromszög magasságszakaszai, így az A, B és C pontok e háromszög magasságvonalainak talppontjai, vagyis a rajtuk átmenő kör (ami egyúttal az ABC háromszög körülírt köre) az $O_AO_BO_C$ háromszög Feuerbach-köre. Ismert, hogy bármely háromszög Feuerbach-körének sugara éppen fele a háromszög köré írható kör sugarának, ezért az $O_AO_BO_C$ háromszög köré írható kör sugara $R = 2$ egység.



A hozzáírt körök középpontjainak szimmetrikus szerepe miatt nyilván elegendő azt meghatároznunk, hogy az O_AO_B távolság milyen értékeket vehet fel. Az általánosított szinusztétel szerint $O_AO_B = 2R\sin O_BO_CO_A\sphericalangle$, ezért az $O_BO_CO_A\sphericalangle$ lehetséges értékeit kell meghatároznunk. Mivel

$$ABO_C\sphericalangle = O_BBO_C\sphericalangle - O_BBA\sphericalangle = 90^\circ - OBA\sphericalangle = 90^\circ - \frac{\beta}{2},$$

és ugyanígy kapjuk, hogy $BAO_C\sphericalangle = 90^\circ - \alpha/2$,

$$O_BO_CO_A\sphericalangle = AO_CB\sphericalangle = 180^\circ - (ABO_C\sphericalangle + BAO_C\sphericalangle) =$$
$$= 180^\circ - \left(\left(90^\circ - \frac{\beta}{2}\right) + \left(90^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)\right) = \frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Vagyis

$$O_AO_B = 4\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Az ABC háromszögben a γ szög tetszőleges 0° és 180° közti értéket felvehet, ezért $(\alpha+\beta)/2$ tetszőleges szög lehet 0° és 90° közt, vagyis szinusza tetszőleges 0 és 1 közti értéket felvehet. Tehát az egységsugarú körbe írt háromszög két hozzáírt köre középpontjának távolsága 0-nál nagyobb, de 4-nél kisebb, a háromszög megfelelő választásával pedig elérhető, hogy ha $0 < d < 4$ tetszőleges érték, akkor legyen két olyan hozzáírt köre a háromszögnek, amelyek középpontjainak távolsága éppen d.