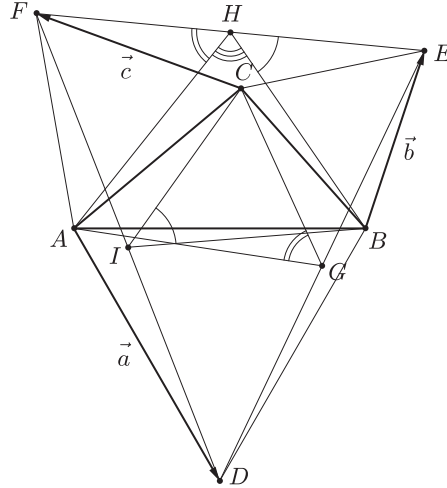


**Megoldás.** Jelölje a  $\vec{v}$  vektor  $+60^\circ$ -os elforgatottját  $\vec{v}_{60}$ ,  $+120^\circ$ -os elforgatottját  $\vec{v}_{120}$ .

Először megmutatjuk, hogy  $\vec{AH} = \vec{AG}_{60}$ , azaz  $\vec{AG}_{60} - \vec{AH} = 0$ .

Legyen  $\vec{AD} = \vec{a}$ ,  $\vec{BE} = \vec{b}$  és  $\vec{CF} = \vec{c}$ . Ekkor  $\vec{AB} = \vec{a}_{60}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}_{60}$  és  $\vec{CA} = \vec{c}_{60}$ ,

$$\vec{AG} = \frac{\vec{AB} + \vec{BE} + \vec{AD}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} + \vec{a}}{2}.$$



Felhasználva, hogy  $\vec{a}_{120} = \vec{a}_{60} - \vec{a}$ , illetve  $-\vec{c}_{120} = \vec{c} - \vec{c}_{60}$ :

$$\vec{AG}_{60} = \frac{\vec{a}_{120} + \vec{b}_{60} + \vec{a}_{60}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} - \vec{a} + \vec{b}_{60} + \vec{a}_{60}}{2} = \frac{2\vec{a}_{60} - \vec{a} + \vec{b}_{60}}{2},$$

$$\vec{AH} = \frac{\vec{AB} + \vec{BE} + \vec{AF}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} - \vec{c}_{120}}{2} = \frac{\vec{a}_{60} + \vec{b} + \vec{c} - \vec{c}_{60}}{2},$$

$$\vec{AG}_{60} - \vec{AH} = \frac{1}{2}(\vec{a}_{60} + \vec{b}_{60} + \vec{c}_{60} - \vec{a} - \vec{b} - \vec{c}).$$

$\vec{a}_{60} + \vec{b}_{60} + \vec{c}_{60} = \vec{0}$ , mert az  $ABC$  háromszög oldalaiaként zárt láncot alkotnak. De ekkor ugyanez igaz  $-60^\circ$ -os elforgatottjaikra is:  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ . Így  $\vec{AG}_{60} - \vec{AH} = \vec{0}$ .

Mivel  $AH$  az  $AG$ ,  $AF$  az  $AC$  szakasz  $+60^\circ$ -os elforgatottja, ezért az  $AHF\triangle$  az  $AGC\triangle$   $+60^\circ$ -os elforgatottja, így  $AGC\triangle = AHF\triangle$ .

Hasonlóan belátható, hogy a  $BIC\triangle$  az  $BHE\triangle$   $+60^\circ$ -os elforgatottja, és emiatt  $BHE\triangle = BIC\triangle$ .

$$AHB\triangle + BIC\triangle + CGA\triangle = AHB\triangle + BHE\triangle + AHF\triangle = 180^\circ.$$

Ezt kellett bizonyítani.