Megoldás. Először azt nézzük meg, hogy $[\frac{x}{k}]=[\frac{x}{k+1}]=n$-nek adott n nemnegatív egész számra hány (nemnegatív egész) megoldása van. $\frac{x}{k}$-nak, illetve $\frac{x}{k+1}$-nek akkor lesz az egészrésze n, ha mindkettő legalább n, és mindkettő kisebb $(n+1)$-nél. Nemnegatív számokról lévén szó $\frac{x}{k+1}\le\frac{x}{k}$, így pontosan akkor lesz $[\frac{x}{k}]=[\frac{x}{k+1}]=n$, ha $n\le\frac{x}{k+1}$ és $\frac{x}{k}<n+1$.

$n\le\frac{x}{k+1}$ pontosan akkor teljesül, ha $n(k+1)\le x$. Hasonlóan, $\frac{x}{k}<n+1$ akkor teljesül, ha $x<k(n+1)$, azaz – mivel x egész – $k(n+1)-1\ge x$.

Így $[\frac{x}{k}]=[\frac{x}{k+1}]=n$ szükséges és elégséges feltétele

$$n(k+1)\le x\le k(n+1)-1.$$

Ennek az $n(k+1)$-től $k(n+1)-1$-ig terjedő egész számok a megoldásai, így

$$\big(k(n+1)-1\big)-n(k+1)+1=k-n$$

megoldás van.

Végül számoljuk össze, hogy ez összesen hány megoldást jelent. Az n legalább 0 és kisebb mint k. Az $n=0$-ra k megoldás van, $n=1$-re $k-1$, …, végül $n=(k-2)$-re 2, $n=(k-1)$-re pedig 1 megoldás adódik; így összességében a megoldások száma 1-től k-ig az egész számok összege, vagyis $\frac{k(k+1)}{2}$.