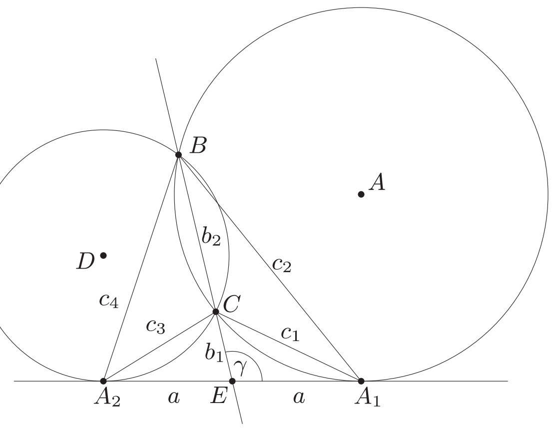
Az *ábra* jelölései alapján a BC egyenes felezi az A_1A_2 szakaszt az E pontban, mivel az E pontnak mindkét körre vonatkozó hatványa:

$$EC \cdot EB = A_1E^2 = A_2E^2 = a^2.$$



Használjuk a következő jelöléseket:

$$EC = b_1, \quad EB = b_2, \quad A_1C = c_1, \quad A_1B = c_2, \quad A_2C = c_3, \quad A_2B = c_4.$$

Írjuk fel a koszinusztételt az A_1CE, A_1BE, A_2CE, A_2BE háromszögekre:

$$c_1^2 = a^2 + b_1^2 - 2ab_1 \cos\gamma,$$

$$c_2^2 = a^2 + b_2^2 - 2ab_2 \cos\gamma,$$

$$c_3^2 = a^2 + b_1^2 - 2ab_1 \cos(180^\circ - \gamma) = a^2 + b_1^2 + 2ab_1 \cos\gamma,$$

$$c_4^2 = a^2 + b_2^2 - 2ab_2 \cos(180^\circ - \gamma) = a^2 + b_2^2 + 2ab_2 \cos\gamma.$$

A bizonyítandó állítás az új jelölésekkel: $\dfrac{c_2}{c_1} = \dfrac{c_4}{c_3}$.

Emeljük négyzetre mindkét oldalt:
$\dfrac{c_2^2}{c_1^2} = \dfrac{c_4^2}{c_3^2}$, majd helyettesítsük be a koszinusz tétellel kapott kifejezéseket:

$$\frac{a^2 + b_2^2 - 2ab_2 \cos\gamma}{a^2 + b_1^2 - 2ab_1 \cos\gamma} = \frac{a^2 + b_2^2 + 2ab_2 \cos\gamma}{a^2 + b_1^2 + 2ab_1 \cos\gamma}.$$

A nevezőkkel beszorozva és rendezve a következő egyenlethez jutunk:

$$4a^3b_1 \cos\gamma + 4ab_1b_2^2 \cos\gamma - 4a^3b_2 \cos\gamma - 4ab_1^2b_2 \cos\gamma = 0.$$

Ezután oszthatunk $4a$-val, mivel az nem lehet 0 (különben csak egy érintési pont lenne, és nem lennének metszéspontok). A $\cos\gamma$-val is tudunk osztani, mivel $\cos\gamma = 0$ esetén $\gamma = 90^\circ$, ami azt jelenti, hogy A_1BA_2 és A_1CA_2 egyenlő szárú háromszögek, és az egyenlő szárak miatt nyilvánvalóan teljesül az állítás. Így azt kell belátnunk, hogy

$$a^2b_1 + b_1b_2^2 - a^2b_2 - b_1^2b_2 = 0.$$

Szorzattá alakítva:

$$a^2(b_1 - b_2) - b_1b_2(b_1 - b_2) = \left(a^2 - b_1b_2\right)(b_1 - b_2) = 0.$$

Itt $a^2 - b_1b_2 = 0$ mindig teljesül, mivel $a^2 = b_1b_2$ igaz az E pont körre vonatkozó hatványa miatt. Tehát, mivel ekvivalens átalakításokat hajtottunk végre, a feladat állítása igaz.