Megoldás. Tegyük fel az állítással ellentétben, hogy valamely $0 < a < b$-re $f(a)$ nem egyenlő $f(b)$-vel. Keressünk olyan x, y számpárt, melyre

$$a = \sqrt{xy}, \quad \text{valamint} \quad b = \frac{x+y}{2}.$$

Kifejezzük x-et és y-t:

$$x = \frac{a^2}{y}, \qquad b = \frac{\frac{a^2}{y} + y}{2},$$

innen

$$2by = a^2 + y^2.$$

A megoldóképlet alapján

$$y = \frac{2b \pm \sqrt{4b^2 - 4a^2}}{2} = b \pm \sqrt{b^2 - a^2}.$$

A kisebb megoldás is pozitív lesz, mert egyrészt $a < b$, másrészt

$$0 < b^2 - a^2 < b^2, \qquad \sqrt{b^2 - a^2} < b.$$

Tehát $y = b + \sqrt{b^2 - a^2}$ és $x = b - \sqrt{b^2 - a^2}$ választással

$$f(a) = f\big(\sqrt{xy}\big) \neq f\left(\frac{x+y}{2}\right) = f(b).$$

Ellentmondásra jutottunk, tehát az f függvény valóban konstans.