Megoldás. $A = x - 2$ helyettesítéssel az egyenlet

$$\sqrt{A-1} + \sqrt{A^2-1} = \sqrt{A^3}.$$

Az egyenlet csak $A \geq 1$ esetén értelmezhető ($x \geq 3$). Emeljünk négyzetre:

$$A - 1 + 2\sqrt{A-1}\sqrt{A^2-1} + A^2 - 1 = A^3$$

alakú lesz. Átrendezve:

$$2\sqrt{A-1}\sqrt{A^2-1} = A^3 - A^2 - A + 2.$$

Most vezessünk be új ismeretlent, $B := \sqrt{(A-1)\big(A^2-1\big)}$. Összeszorozva a gyökjel alatti két polinomot, $(A-1)\big(A^2-1\big) = A^3 - A^2 - A + 1$; látjuk, hogy az egyenlet jobb oldala is átírható:

$$2B = B^2 + 1.$$

Innen már azonnal $(B-1)^2 = 0$, $B = 1$ adódik. Ebből:

$$1 = A^3 - A^2 - A + 1, \qquad A^3 - A^2 - A = 0, \qquad A\big(A^2 - A - 1\big) = 0.$$

Mivel $A \geq 1$, csak $A^2 - A - 1 = 0$ gyökeit kell vizsgálnunk. Ezek közül az $\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$ kisebb, mint 1, tehát csak az $A = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ lehet megoldás. Innen

$$x = A + 2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 2 = \frac{5+\sqrt{5}}{2},$$

ami valóban gyöke is az eredeti egyenletnek.