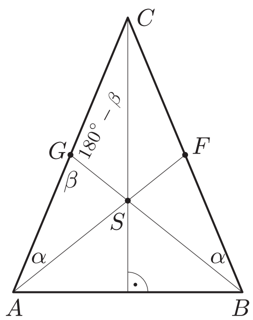
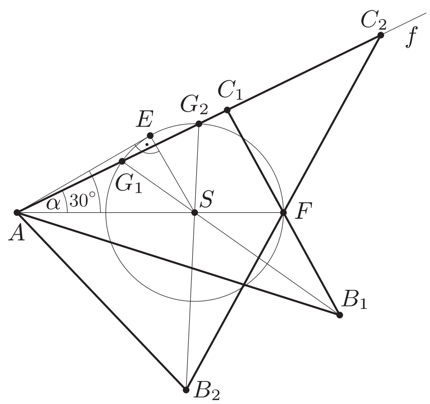
Tekintsük a feladatot megoldottnak. Az ABC egyenlőszárú háromszög BC és AC szárainak felezőpontja legyen F, illetve G, a háromszög súlypontja pedig S (*1. ábra*). Felhasználva, hogy a súlypont harmadolja a súlyvonalakat, valamint azt, hogy egyenlőszárú háromszögben a szárakhoz tartozó súlyvonalak is egyenlők, kapjuk, hogy

$$GS = FS = \frac{SA}{2} = \frac{AF}{3} = \frac{BG}{3}.$$

Ezek alapján ha adott az AF súlyvonal, továbbá a CAF szög, akkor a szerkesztést a következő módon végezhetjük. Felvesszük az AF szakaszt és megszerkesztjük ennek F-hez közelebbi harmadolópontját, ami megegyezik S-sel. Ezután az AF félegyenessel az adott α szöget bezáró f félegyenest indítunk A-ból (erre két lehetőség van), ezen kell lennie a G és C pontoknak. Mivel G az S középpontú SF sugarú k körön is rajta van, f és k közös pontjaként megkapjuk G-t. Ezután a GS szakasz S-en túli meghosszabbítására GS kétszeresét felmérve kapjuk B-t. Végül az AG és BF egyenesek metszéspontja adja a háromszög C csúcsát.



1. ábra



2. ábra

Az így szerkesztett háromszög szimmetrikus az AB szakasz felezőmerőlegesére, ezért egyenlőszárú. Az is nyilvánvaló, hogy $CAF\sphericalangle = CBG\sphericalangle = \alpha$. Ha bevezetjük az $AGS\sphericalangle = \beta$ jelölést, akkor $BGC\sphericalangle = 180^\circ - \beta$, így a szinusztételt az AGS és a BGC háromszögekben felírva kapjuk, hogy

$$\frac{1}{2} = \frac{GS}{SA} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin(180^\circ - \beta)} = \frac{CG}{BC}.$$

Ezért CG fele olyan hosszú, mint a háromszög szárai, vagyis G oldalfelezőpont. Akkor viszont a szimmetria miatt F is az, tehát AF valóban súlyvonala a szerkesztett ABC háromszögnek.

A megoldások száma k és f közös pontjainak számától függ. A szimmetria miatt a két félegyenes közül elég az egyiket tekintenünk. Ha az A pontból a k körhöz húzott egyik érintő érintési pontja E (*2. ábra*), akkor az AES derékszögű háromszögben $\sin EAS\sphericalangle = \dfrac{ES}{SA} = \dfrac{1}{2}$, azaz az érintő az AF félegyenessel 30°-os szöget zár be. Ezért $\alpha > 30^\circ$ esetén a feladatnak nincsen megoldása. Ha $\alpha = 30^\circ$, akkor egy megoldás van, ha pedig $0^\circ < \alpha < 30^\circ$, akkor két különböző megoldást kapunk.