Megoldás. Az első néhány érték kiszámolásával megsejthető, hogy ha $n>1$, akkor $a_n=(n-1)(n-3)\dots$ (azaz $a_{2k}=(2k-1)(2k-3)\cdot 5\cdot 3\cdot 1$, illetve $a_{2k+1}=2k(2k-2)\cdot\ldots\cdot 6\cdot 4\cdot 2$). Teljes indukcióval belátjuk, hogy ez valóban így van.

i) Az $n=2,3,4$ esetén ez nyilvánvalóan igaz, hiszen $a_2=1$, $a_3=2$, $a_4=\dfrac{2\cdot 1+1!}{1}=3$.

ii) Tegyük fel, hogy az állítás $n+2$-ig igaz; ekkor $a_{n+2}=(n+1)(n-1)\dots$, $a_{n+1}=n(n-2)\dots$, valamint $a_n=(n-1)(n-3)\dots$. Ezek felhasználásával belátjuk a feladat állítását $n+3$-ra:

$$a_{n+3}=\frac{a_{n+2}a_{n+1}+n!}{a_n}.$$

Vegyük észre, hogy az indukciós feltevés miatt

$$\begin{aligned}a_{n+2}a_{n+1}&=\big((n+1)(n-1)\dots\big)\cdot\big(n(n-2)\dots\big)=\\&=(n+1)n\cdot(n-1)\cdot(n-2)\cdot\ldots\cdot 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1=(n+1)!,\end{aligned}$$

tehát

$$\begin{aligned}a_{n+3}&=\frac{(n+1)!+n!}{a_n}=\frac{(n+1)n!+1\cdot n!}{a_n}=\\&=\frac{(n+2)n(n-1)(n-2)(n-3)\dots 4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}{(n-1)(n-3)\dots}=\\&=(n+2)n(n-2)(n-4)\cdot\ldots.\end{aligned}$$

Megjegyzés. Lényegében ugyanígy bizonyíthattuk volna teljes indukcióval, hogy $a_{n+1}=\dfrac{n!}{a_n}$, ebből is egyszerűen következik, hogy
$a_n=(n-1)(n-3)\dots$.