Megoldás. Indirekt bizonyítunk: tegyük fel, hogy p, q, r, s természetes számok, $q \cdot s \neq 0$, és

$$\left(\frac{p}{q}\right)^2 + \left(\frac{r}{s}\right)^2 = 168.$$

Feltehetjük, hogy a törtek nem egyszerűsíthetők, azaz $(p, q) = (r, s) = 1$. Beszorzás után

$$p^2 s^2 + r^2 q^2 = 168 \cdot q^2 s^2.$$

Az egyenlőség jobb oldala osztható q^2-tel, tehát a bal oldal is; viszont tudjuk, hogy p és q relatív prímek, tehát $q^2 \mid s^2$.

Hasonlóan az egyenlőség jobb oldala s^2-tel is osztható, tehát a bal oldal is. Itt viszont tudjuk, hogy s és r relatív prímek, emiatt $s^2 \mid q^2$. Két pozitív egész szám akkor és csak akkor lehet egymásnak kölcsönösen osztója, ha egyenlőek. Ennek megfelelően az egyenlőség mindkét oldalát eloszthatjuk $q^2 = s^2$-tel. Kapjuk, hogy

$$p^2 + r^2 = 168 \cdot q^2.$$

Mivel $168 = 2^3 \cdot 3 \cdot 7$, és a négyzetszámok lehetséges maradékai 7-tel osztva 0, 1, 2, 4, a két négyzetszám összege csak úgy lehet 7-tel osztható, ha mindkettő 7-tel osztható. Ha viszont p és r osztható 7-tel, akkor a négyzetük 49-cel is. Így a jobb oldalon q is osztható 7-tel. Ezzel viszont a p, q, illetve r, s számpárok relatív prím tulajdonsága nem teljesülne. A kapott ellentmondás szerint tehát a 168 nem írható fel két racionális szám négyzetének összegeként.

Megjegyzés. Hasonló megoldáshoz juthatunk a hármas maradékok vizsgálatával, vagy éppen arra a tételre való pontos hivatkozással, hogy egy pozitív egész szám csak akkor írható fel két egész szám négyzetének összegeként, ha prímtényezős felbontásában minden $4k-1$ alakú prím páros hatványon szerepel. Az ilyen megoldásokra azonban csak abban az esetben lehetett teljes pontszámot kapni, amennyiben indokolták a versenyzők az alkalmazhatóságát racionális esetre is.