

**Megoldás.** Vezessük be a következő jelöléseket:  $p = 6841$ ,  $q = 9973$ , ahol  $p$  és  $q$  prímszámok. Eszerint:

$$\frac{px - 1}{q} + \frac{qy - 1}{p} = z.$$

Hozzuk közös nevezőre a bal oldali két törtet:

$$\frac{p(px - 1) + q(qy - 1)}{pq} = z.$$

Mivel  $z$  egész, a bal oldalon is egész szám van, így a számláló biztosan osztható  $p$ -vel. Mivel  $p(px - 1)$  osztható  $p$ -vel, így  $q(qy - 1)$  is. Viszont  $(p; q) = 1$ , ezért  $p \mid (qy - 1)$ . Ekkor  $p \mid (px + qy - 1)$  is igaz. Ugyanígy belátható, hogy  $q \mid (px - 1)$ , amiből  $q \mid (px + qy - 1)$  is igaz. Ezekből viszont következik, hogy  $pq \mid (px + qy - 1)$ , hiszen  $(p; q) = 1$ .

A  $pq$  osztó nem lehet nagyobb, mint a  $px + qy - 1$  többszörös:

$$px + qy - 1 \geq pq \implies px + qy > pq.$$

Osztva  $pq$ -val:

$$\frac{x}{q} + \frac{y}{p} = \frac{x}{9973} + \frac{y}{6841} > 1.$$

Ezzel az állítást igazoltuk, és azt is beláttuk, hogy bármilyen két különböző  $p$  és  $q$  prímszám esetén fennáll.