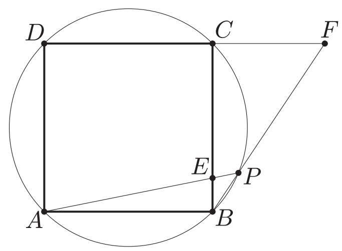
Legyen P az AE és BF egyenesek metszéspontja.



Azt fogjuk belátni, hogy az AE és BF egyenesek $45°$-os szöget zárnak be egymással. Felhasználva, hogy $ABF\sphericalangle$ tompaszög, ez azt jelenti majd, hogy a P pontból az AB szakasz $45°$-os szögben látszik. Az AB-hez tartozó középponti szög $90°$, a kerületi szög fele a középponti szögnek, tehát P rajta van az $ABCD$ négyzet köré írt körön.

Vegyünk fel egy Descartes-féle koordináta-rendszert, amelyben AB párhuzamos az x tengellyel és BC párhuzamos az y tengellyel. Az origó helye nem fontos, mivel csak az iránytangensekkel fogunk dolgozni. Az AE egyenes iránytangense $\operatorname{tg}\alpha = -\frac{BE}{AB} = -\frac{1}{5}$, mert E ötödölőpont. Hasonlóan a BF egyenes iránytangense

$$\operatorname{tg}\beta = -\frac{1}{\frac{2}{3}} = -\frac{3}{2}, \quad \text{mert} \quad CF = \frac{2}{3}CD = \frac{2}{3}BC.$$

A két egyenes közötti szög mértéke $\beta - \alpha$, illetve a kiegészítő szöge, ha ez esetleg tompaszögnek adódna. Addíciós képlettel dolgozva

$$\operatorname{tg}(\beta-\alpha) = \frac{\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\beta\cdot\operatorname{tg}\alpha} = \frac{-\frac{3}{2}-\left(-\frac{1}{5}\right)}{1+\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{1}{5}\right)} = \frac{-\frac{13}{10}}{\frac{13}{10}} = -1,$$

vagyis a két egyenes valóban $45°$-os szöget zár be egymással, az egyenesek az $ABCD$ köré írt körén metszik egymást.

Megjegyzések. 1. A beküldött megoldások igen sokszínű képet mutattak. Voltak, akik koordináta-geometriai eszközökkel, hasonló háromszögek használatával, vagy éppen vektorokkal oldották meg a feladatot.

2. Az érdeklődő olvasók a feladat származtatását és további érdekes megoldásait megtalálhatják a `www.matek.fazekas.hu/portal/tovabbkepzesek/szeminarium` webhelyen.