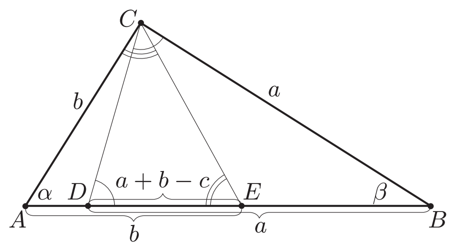
I. megoldás. A háromszög területe $\frac{ab}{2}$ és $\frac{cm}{2}$ alakban is felírható, ezért $2ab = 2cm$. Ezt, valamint Pithagorasz tételét, továbbá a nyilvánvaló $m^2 > 0$ egyenlőtlenséget felhasználva kapjuk, hogy

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab = c^2 + 2cm < c^2 + 2cm + m^2 = (c+m)^2.$$

Mivel a négyzetgyökvonás a pozitív számok rendezését megtartja, ebből $a + b < m + c$ következik.

II. megoldás. Jelöljük a háromszög csúcsait és szögeit a szokásos módon A, B, C-vel, illetve α, β, γ-val. Legyenek D és E az AB szakasz azon pontjai, melyekre $BD = BC = a$ és $AE = AC = b$. Ekkor $DE = a + b - c$ (*1. ábra*). Megmutatjuk, hogy $m > DE$.



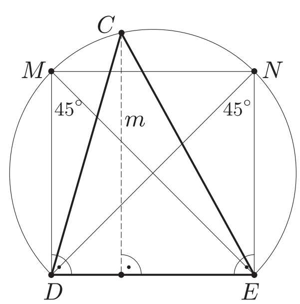
1. ábra

Az AEC és BCD háromszögek egyenlőszárúak, ezért

$$ACE\sphericalangle = AEC\sphericalangle = \frac{180^\circ - \alpha}{2} = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} \quad \text{és}$$
$$BCD\sphericalangle = BDC\sphericalangle = \frac{180^\circ - \beta}{2} = 90^\circ - \frac{\beta}{2}.$$

Tehát a CDE háromszög D-nél és E-nél lévő szögei hegyesszögek, C-nél lévő szöge pedig

$$DCE\sphericalangle = ACE\sphericalangle + BCD\sphericalangle - ACB\sphericalangle = 90^\circ - \frac{\alpha}{2} + 90^\circ - \frac{\beta}{2} - 90^\circ =$$
$$= 90^\circ - \frac{\alpha+\beta}{2} = 45^\circ.$$



2. ábra

Ezért C rajta van a DE szakasz fölé emelt 45°-os k látókoríven. Jelölje a DE egyenesre D-ben, illetve E-ben állított merőlegesek és k metszéspontját M, illetve N (*2. ábra*). Ekkor $DME\sphericalangle = DNE\sphericalangle = 45^\circ$, ezért $DM = DE = EN$, a $DENM$ négyszög szimmetrikus a DE szakasz felezőmerőlegesére és a négyszög két szöge derékszög. Tehát $DENM$ négyzet, k pedig e négyzet körülírt körének egy íve. Mivel a CDE háromszög hegyesszögű, C az M és N pontok közt helyezkedik el k-n. Vagyis C távolabb van a DE egyenestől, mint M és N. Ez azt jelenti, hogy m nagyobb, mint a $DENM$ négyzet oldala, azaz $m > a + b - c$.

Tehát az $m + c$ szakasz nagyobb, mint az $a + b$.