

A nevezőben szereplő négyzetgyökös kifejezések miatt $|x| < 1$ és $|y| < 1$.

Először adjuk össze a két egyenletet:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} &= \frac{42}{12}, \\ \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1-y}{\sqrt{1-y^2}} &= \frac{7}{2}, \\ \frac{(\sqrt{1+x})^2}{\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}} + \frac{(\sqrt{1-y})^2}{\sqrt{1-y} \cdot \sqrt{1+y}} &= \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} + \frac{\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}} = \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Most vonjuk ki egymásból a két egyenletet:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{1-y^2}} - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{y}{\sqrt{1-y^2}} &= \frac{28}{12}, \\ \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{1+y}{\sqrt{1-y^2}} &= \frac{7}{3}, \\ \frac{(\sqrt{1-x})^2}{\sqrt{1+x} \cdot \sqrt{1-x}} + \frac{(\sqrt{1+y})^2}{\sqrt{1-y} \cdot \sqrt{1+y}} &= \frac{\sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x}} + \frac{\sqrt{1+y}}{\sqrt{1-y}} = \frac{7}{3}. \end{aligned}$$

Vezessük be az a és b új változókat: $a = \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}}$ és

$b = \frac{\sqrt{1-y}}{\sqrt{1+y}}$, ahol $a, b > 0$. Ekkor az egyenletrendszerünk:

$$a + b = \frac{7}{2}, \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{7}{3}.$$

Fejezzük ki b -t az első egyenletből: $b = \frac{7}{2} - a$. Ezt a második egyenletbe beírva:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{b+a}{ab} = \frac{\frac{7}{2}}{a(\frac{7}{2}-a)} = \frac{7}{3}.$$

Ebből a következő másodfokú egyenlet adódik:

$$a^2 - \frac{7}{2}a + \frac{3}{2} = 0.$$

Gyökei $a_1 = 3$ és $a_2 = \frac{1}{2}$, a hozzájuk tartozó b értékek: $b_1 = \frac{1}{2}$ és $b_2 = 3$.

Ezeket visszahelyettesítve és az eredeti változókat kifejezve az

$x_1 = \frac{4}{5}$, $y_1 = \frac{3}{5}$ és az $x_2 = -\frac{3}{5}$, $y_2 = -\frac{4}{5}$ megoldásokat kapjuk, melyek megfelelnek a kikötéseknek és kielégítik az egyenletrendszert.