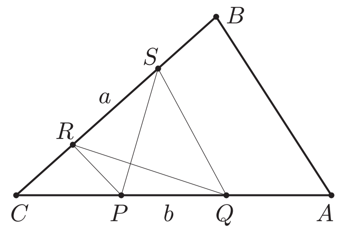
A háromszög területe legyen egységnyi, a négy pontot pedig jelölje P, Q, R, S az *ábra* szerint.



Legyen továbbá $CP = p \cdot AC$, $QC = q \cdot AC$, $0 < p < q < 1$ és $CR = r \cdot BC$, $CS = s \cdot BC$, $0 < r < s < 1$. Ekkor $PQ = x \cdot AC$ és $RS == y \cdot BC$, ahol $0 < x = q - p < 1 - p$, valamint $0 < y = s - r < 1 - r$.

A PQR háromszög területe (mivel ABC területét egységnyinek választottuk):

$$T_{PQR} = T_{QRC} - T_{PRC} = \frac{1}{2}q \cdot AC \cdot r \cdot BC \cdot \sin\gamma - \frac{1}{2}p \cdot AC \cdot r \cdot BC \cdot \sin\gamma =$$

$$= (qr - pr)\frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin\gamma = (q-p)r < (1-p)r.$$

Hasonlóan kapjuk az RSP háromszög területére

$$T_{RSP} = T_{SPC} - T_{PRC} = \frac{1}{2}s \cdot BC \cdot p \cdot AC \cdot \sin\gamma - \frac{1}{2}p \cdot AC \cdot r \cdot BC \cdot \sin\gamma =$$

$$= (sp - rp)\frac{1}{2}AC \cdot BC \cdot \sin\gamma = (s-r)p < (1-r)p.$$

Elegendő megmutatni, hogy valamelyik nem nagyobb 1/4-nél. Ha mindkettő nagyobb lenne, mint 1/4, akkor négyzetgyökvonás után a számtani-mértani középre vonatkozó egyenlőtlenség alkalmazásával

$$1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} < \sqrt{(1-p)r} + \sqrt{(1-r)p} \leq$$

$$\leq \frac{1-p+r}{2} + \frac{1-r+p}{2} = \frac{2-p+r-r+p}{2} = 1.$$

Ellentmondásra jutottunk, tehát legalább az egyik terület biztosan nem nagyobb, mint 1/4. Ha a P és R pontokat az AC, illetve a BC oldalak felezőpontjának választjuk, továbbá $Q \equiv A$ és $S \equiv B$, akkor látható az is, hogy a feladat állítása nem javítható.