Megoldás. Mivel $2n+1$ és $3n+1$ négyzetszámok, létezik két pozitív egész szám, a és b úgy, hogy $2n+1=a^2$ és $3n+1=b^2$. Észrevesszük, hogy

$$5n+3=4(2n+1)-(3n+1)=4a^2-b^2=(2a-b)(2a+b).$$

A tényezők közül $2a+b$ nyilván nagyobb, mint 1. Tételezzük fel, hogy $2a-b=1$. Akkor $2a=b+1$, ahonnan $4a^2=b^2+2b+1$. Beírva az eredeti feltételeket:

$$8n+4=4a^2=3n+1+2b+1.$$

Ezt rendezve, négyzetre emelve és ismét felhasználva b eredeti felírását

$$\begin{aligned} 5n+2&=2b,\\ 25n^2+20n+4&=4b^2=12n+4,\\ 25n^2+8n&=0. \end{aligned}$$

A másodfokú egyenlet gyökei $n=0$ és $n=-\dfrac{8}{25}$. Mivel az n pozitív egész szám, ellentmondásra jutottunk, tehát $2a-b\neq 1$, az $5n+3$ összetett szám.