I. megoldás. Közös nevezőre hozás után ($a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$):

$$f(x) = \frac{(b-c)(x+a)^2 - (a-c)(x+b)^2 + (a-b)(x+c)^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} =$$

$$= \frac{bx^2 + 2abx + a^2b - cx^2 - 2acx - a^2c - ax^2 - 2abx - ab^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} +$$

$$+ \frac{cx^2 + 2bcx + b^2c + ax^2 + 2acx + ac^2 - bx^2 - 2bcx - bc^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} =$$

$$= \frac{a^2b - a^2c - ab^2 + b^2c + ac^2 - bc^2}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{(a-b)(a-c)(b-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = 1.$$

Tehát az f függvény értékkészlete: $\{1\}$.

II. megoldás. A függvény hozzárendelésében szereplő másodfokú kifejezések miatt $f(x)$ legfeljebb másodfokú lehet ($a \neq b$, $a \neq c$, $b \neq c$). Nézzük az $f(x)$ három különböző helyen felvett értékét, mégpedig $x = -a$-ban, $x = -b$-ben és $x = -c$-ben:

$$f(-a) = 0 + \frac{(b-a)^2}{(b-a)(b-c)} + \frac{(c-a)^2}{(c-a)(c-b)} =$$

$$= \frac{b-a}{b-c} + \frac{c-a}{c-b} = \frac{b-a}{b-c} + \frac{a-c}{b-c} = \frac{b-c}{b-c} = 1,$$

$$f(-b) = \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a-c)} + 0 + \frac{(c-b)^2}{(c-a)(c-b)} =$$

$$= \frac{a-b}{a-c} + \frac{c-b}{c-a} = \frac{a-b}{a-c} + \frac{b-c}{a-c} = \frac{a-c}{a-c} = 1,$$

$$f(-c) = \frac{(a-c)^2}{(a-b)(a-c)} + \frac{(b-c)^2}{(b-a)(b-c)} + 0 =$$

$$= \frac{a-c}{a-b} + \frac{b-c}{b-a} = \frac{a-c}{a-b} + \frac{c-b}{a-b} = \frac{a-b}{a-b} = 1.$$

Azt kaptuk, hogy az $f(x)$ függvény három különböző helyen ugyanazt az értéket veszi fel. A másodfokú függvények ugyanazt az értéket legfeljebb két helyen vehetik fel, mert a másodfokú egyenleteknek legfeljebb két megoldása van. Az elsőfokú függvények ugyanazt az értéket csak egy helyen vehetik fel, mert legfeljebb egy megoldásuk lehet az elsőfokú egyenleteknek.

Így az $f(x)$ függvényünk nem lehet másodfokú, nem lehet elsőfokú, tehát csakis konstans függvény lehet, így értékkészlete egyetlen számból, az 1-ből áll: $R_f = \{1\}$.