

Legyen $y = x + a$, ahol $a \in \mathbb{Z}$. Ekkor az egyenlet: $x + x + a = x^2 - x(x + a) + (x + a)^2$, azaz

$$2x + a = x^2 - x^2 - xa + x^2 + 2xa + a^2,$$

$$0 = x^2 + xa - 2x + a^2 - a,$$

$$0 = x^2 + (a - 2)x + (a^2 - a).$$

A megoldás az a függvényében:

$$x_{1,2} = \frac{-a + 2 \pm \sqrt{(a - 2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (a^2 - a)}}{2 \cdot 1}.$$

A másodfokú egyenletnek akkor van megoldása, ha a diszkriminánsa nemnegatív:

$$D = (a - 2)^2 - 4(a^2 - a) \geq 0,$$

$$a^2 - 4a + 4 - 4a^2 + 4a \geq 0,$$

$$4 - 3a^2 \geq 0,$$

$$\frac{4}{3} \geq a^2,$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \geq |a|.$$

Az a lehetséges értékei a következők:

$$a = -1, \text{ ekkor } y = x - 1, D = 1, \text{ azaz } x_{1,2} = \frac{1 + 2 \pm \sqrt{1}}{2}, \quad x_1 = 2, x_2 = 1;$$

$$a = 0, \quad \text{ekkor } y = x, \quad D = 4, \text{ azaz } x_{3,4} = \frac{2 \pm \sqrt{4}}{2}, \quad x_3 = 2, x_4 = 0;$$

$$a = 1, \quad \text{ekkor } y = x + 1, D = 1, \text{ azaz } x_{5,6} = \frac{-1 + 2 \pm \sqrt{1}}{2}, \quad x_5 = 1, x_6 = 0.$$

Ha $a = -1$ és $x_1 = 2$, akkor $y_1 = x_1 - 1 = 1$,

és $x_2 = 1$, akkor $y_2 = x_2 - 1 = 0$.

Ha $a = 0$ és $x_3 = 2$, akkor $y_3 = x_3 = 2$,

és $x_4 = 0$, akkor $y_4 = x_4 = 0$.

Ha $a = 1$ és $x_5 = 1$, akkor $y_5 = x_5 + 1 = 2$,

és $x_6 = 0$, akkor $y_6 = x_6 + 1 = 1$.

Tehát a megoldások a következő $(x; y)$ számpárok:

$$(2; 1); \quad (1; 0); \quad (2; 2); \quad (0; 0); \quad (1; 2); \quad (0; 1).$$