

**Damásdi Gábor megoldása.**  $N$  darab súlyt  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)$ -féleképpen lehet jól felrakni a mérlegre. Ezt indukcióval látjuk be:  $n = 1$  és  $n = 2$  könnyen ellenőrizhető. Tegyük fel, hogy valamilyen  $n$ -re  $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n - 1)$ -féle jó felrakás van. Azt kell belátnunk, hogy  $n + 1$  súlyt  $2n + 1$ -szer annyi módon rakhatunk fel, mint  $n$  súlyt.

Vegyünk az  $n$  súlynak egy tetszőleges felrakását. A következő módon csinálunk belőle egy felrakást  $n + 1$  súlyra: minden elem tömegét megkétszerezzük, majd valahova beszúrunk még egy lépést, amiben egy 1 tömegű súlyt helyezünk fel.

A kétszerezés miatt megkapjuk a  $2, 4, \dots, 2^n$  tömegű súlyokat, és beszúrjuk az 1 tömegűt, tehát ez tényleg  $n + 1$  súly felrakása. A kétszerezés nem rontja el a nagyságviszonyt. Mivel a kétszerezés után a tömegek párosak, az 1 tömegű súly csak akkor rontja el a felrakást, ha leelőre szúrjuk be és a jobb oldalra rakjuk. Tehát egy esetet kivéve, bármikor bármelyik oldalra felrakhatjuk az 1 tömegű súlyt, így  $2n + 1$  darab felrakást készítettünk  $n + 1$  súlyra. Ezután elég belátni, hogy ezzel a módszerrel minden felrakás elérhető  $n + 1$  súlyra és egyik se érhető el kettő különböző  $n$  súlyos felrakásból.

Minden felrakás elérhető  $n + 1$  súlyra, mivel visszafelé is megadhatjuk a módszert: vegyünk egy felrakást  $n + 1$  súlyra. Vegyük ki azt a lépést, amiben az 1 tömegű súlyt rakjuk fel, és osszuk el a tömegeket 2-vel. Így egy felrakást kapunk  $n$  súlyra, amiből elérhető a kiinduló felrakás  $n + 1$  súlyra.

Ha különböző felrakásokból indulunk ki, a  $2, 4, \dots, 2^n$  tömegű súlyok más sorrendben lesznek az  $n + 1$  súlyos felrakásban, azaz minden felrakást csak egy módon érhetünk el.

Minden felrakásból készítettünk  $2n + 1$  felrakást  $n + 1$  súlyra, tehát beláttuk az indukciót.