Janzer Olivér megoldása. Szimmetria miatt feltehetjük, hogy $a_1 < a_2 < a_3 < a_4$.

Először belátjuk, hogy $n_A \leq 4$.

Mivel $a_2 + a_4 > a_1 + a_3$, tehát $a_2 + a_4 > \frac{1}{2}s_A$, így nem lehet osztója s_A-nak (hiszen $a_2 + a_4 < s_A$). Hasonlóan $a_3 + a_4 > a_1 + a_2$, tehát $a_3 + a_4 > \frac{1}{2}s_A$, így ez sem lehet osztó.

Tehát csak az (a_1, a_2), (a_1, a_3), (a_1, a_4), (a_2, a_3) párok jöhetnek szóba, azaz legfeljebb 4 pár. Nézzük meg, ennyi mikor lesz. Mivel $(a_1 + a_4)$ és $(a_2 + a_3)$ is osztó, azért $(a_1 + a_4) \leq \frac{1}{2}s_A$ és $(a_2 + a_3) \leq \frac{1}{2}s_A$, így $(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) \leq s_A$. Az egyenlőségnek kell teljesülni: $(a_1 + a_4) = (a_2 + a_3) = \frac{1}{2}s_A$.

$(a_1 + a_3)$ is osztja s_A-t, ezért $(a_1 + a_3) \leq \frac{1}{3}s_A$, hiszen $(a_1 + a_3) < (a_2 + a_3) \leq \frac{1}{2}s_A$. Tegyük fel, hogy $(a_1 + a_3) \leq \frac{1}{4}s_A$.

$$\frac{1}{4}s_A = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}s_A\right) = \frac{1}{2}(a_2 + a_3),$$

így

$$a_1 + a_3 \leq \frac{1}{2}(a_2 + a_3) \implies 2a_1 + 2a_3 \leq a_2 + a_3 \implies 2a_1 + a_3 \leq a_2,$$

ami $a_3 > a_2$ miatt ellentmondás. Így $\frac{1}{4}s_A < (a_1 + a_3) \leq \frac{1}{3}s_A$, tehát $(a_1 + a_3) = \frac{1}{3}s_A$.

Mivel $a_1 + a_4 = a_2 + a_3$, $a_4 = a_2 + a_3 - a_1$,

$$\begin{aligned} a_1 + a_3 = \frac{1}{3}s_A = \frac{1}{3}(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) = \frac{1}{3}\left(a_1 + a_2 + a_3 + (a_2 + a_3 - a_1)\right) = \\ = \frac{1}{3}(2a_2 + 2a_3). \end{aligned}$$

Így $3a_1 + 3a_3 = 2a_2 + 2a_3$, tehát $a_3 = 2a_2 - 3a_1$,

$$a_4 = a_2 + a_3 - a_1 = a_2 + (2a_2 - 3a_1) - a_1 = 3a_2 - 4a_1.$$

$(a_1 + a_2)$ is osztója s_A-nak, de $(a_1 + a_2) < (a_1 + a_3) = \frac{1}{3}s_A$, tehát $(a_1 + a_2) \leq \frac{1}{4}s_A$. Tegyük fel, hogy $(a_1 + a_2) \leq \frac{1}{6}s_A$. Ekkor

$$(a_1 + a_2) \leq \frac{1}{6}\left(a_1 + a_2 + (2a_2 - 3a_1) + (3a_2 - 4a_1)\right) = \frac{1}{6}(6a_2 - 6a_1) = a_2 - a_1,$$

amiből $2a_1 \leq 0$, ami a_1 pozitív volta miatt ellentmondás.

Tehát $\frac{1}{6}s_A < (a_1 + a_2) \leq \frac{1}{4}s_A$, így két eset maradt:

1)

$$a_1 + a_2 = \frac{1}{4}s_A = \frac{1}{4}\left(a_1 + a_2 + (2a_2 - 3a_1) + (3a_2 - 4a_1)\right) = \frac{1}{4}(6a_2 - 6a_1).$$

Így $4a_1 + 4a_2 = 6a_2 - 6a_1$, tehát $10a_1 = 2a_2$, azaz $a_2 = 5a_1$. Ekkor $a_3 = 2a_2 - 3a_1 = 7a_1$, $a_4 = 3a_2 - 4a_1 = 11a_1$. Ezek valóban jók, ha a_1 pozitív egész, hiszen $s_A = 24a_1$, és $a_1 + a_2 = 6a_1$, $a_1 + a_3 = 8a_1$, $a_1 + a_4 = 12a_1$, $a_2 + a_3 = 12a_1$, amik valóban osztók.

2)

$$a_1 + a_2 = \frac{1}{5}s_A = \frac{1}{5}(6a_2 - 6a_1), \quad 5a_1 + 5a_2 = 6a_2 - 6a_1,$$

$a_2 = 11a_1$, $a_3 = 19a_1$, $a_4 = 29a_1$. Így $s_A = 60a_1$ és $a_1 + a_2 = 12a_1$, $a_1 + a_3 = 20a_1$, $a_1 + a_4 = 30a_1$, $a_2 + a_3 = 30a_1$, amik valóban osztók.

Tehát az olyan A halmazok a megfelelők, ahol $A = \{a, 5a, 7a, 11a\}$ vagy $A = \{a, 11a, 19a, 29a\}$ és a pozitív egész.