Megoldás. Mivel minden k pozitív egészre $1<(k+1)\sqrt{2}-k\sqrt{2}<2$, az $x_{k+1}-x_k$ különbség értéke csak 1 vagy 2 lehet. Ezért az r-edik kimaradt szám, y_r, valamilyen k-ra

$$y_r=\left[k\sqrt{2}\,\right]-1$$

alakú. Erre a k-ra tehát $\left[k\sqrt{2}\,\right]-1\neq\left[(k-1)\sqrt{2}\,\right]$, azaz $\left[k\sqrt{2}\,\right]\neq\left[k\sqrt{2}-\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$, vagyis $0=\left[\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\right]\neq\left[\left\{k\sqrt{2}\,\right\}-\left(\sqrt{2}-1\right)\right]$. Ez azt jelenti, hogy $\left\{k\sqrt{2}\,\right\}<\sqrt{2}-1$, ezért $\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\left(\sqrt{2}+1\right)<\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)=1$, azaz $-1<-\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\left(\sqrt{2}+1\right)<0$, így $\left[-\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\left(\sqrt{2}+1\right)\right]=-1$.

Ennek megfelelően idáig összesen $r=x_k-k=\left[k\sqrt{2}\,\right]-k$ darab szám maradt ki a felső sorból. A felső sorban az r-edik szám

$$\begin{aligned}x_r&=\left[r\sqrt{2}\,\right]=\left[\left(\left[k\sqrt{2}\,\right]-k\right)\sqrt{2}\,\right]=\left[\left(k\sqrt{2}-\left\{k\sqrt{2}\,\right\}-k\right)\sqrt{2}\,\right]=\\&=\left[2k-k\sqrt{2}-\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\sqrt{2}\,\right]=2k-\left[k\sqrt{2}\,\right]+\left[-\left\{k\sqrt{2}\,\right\}\left(1+\sqrt{2}\right)\right]=\\&=2k-\left[k\sqrt{2}\,\right]-1.\end{aligned}$$

Így pedig

$$y_r-x_r=\left[k\sqrt{2}\,\right]-1-\left(2k-\left[k\sqrt{2}\,\right]-1\right)=2\left[k\sqrt{2}\,\right]-2k=2r.$$